Nom : .... Prénom : ....

Rendre l'énoncé avec la copie.

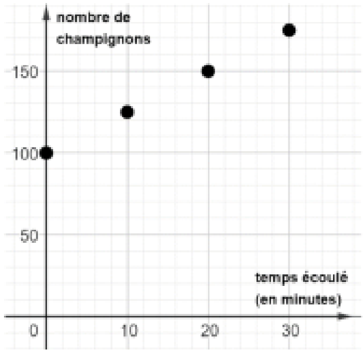
Exercice 1

On étudie la croissance d'une population de champignons.

Partie A

Au début de l'expérience, on dispose de 100 champignons. Toutes les dix minutes, on mesure l'évolution de leur nombre. On obtient les résultats suivants :

Temps écoulé (en minutes)	Nombre de champignons
0	100
10	125
20	150
30	175



Soit n un entier naturel. On note u_n le nombre de champignons après n périodes de dix minutes. Ainsi $u_0 = 100$, $u_1 = 125$, $u_2 = 150$, ...

1. Justifier que les termes u_0, u_1, u_2, u_3 sont en progression arithmétique.
2. En supposant que la population de champignons continue d'évoluer selon le même rythme, montrer qu'elle aura quadruplé deux heures après le début de l'expérience.

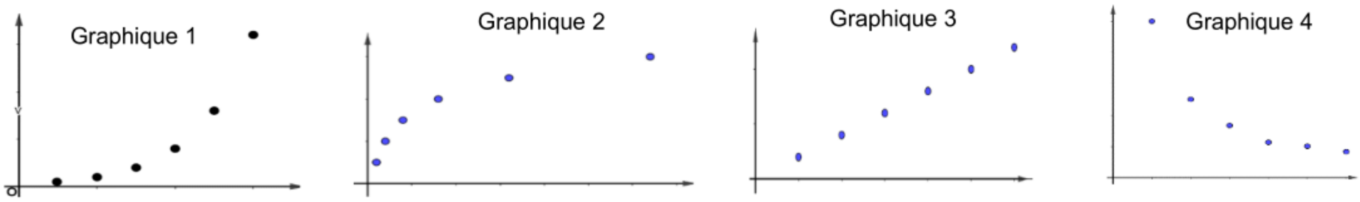
Partie B

En réalité, on constate que la population de champignons a quadruplé 80 minutes après le début de l'expérience. De nouvelles mesures donnent les résultats suivants :

Temps écoulé (en minutes)	Nombre de champignons
0	100
40	200
80	400
120	800

Soit n un entier naturel. On note v_n le nombre de champignons après n périodes de quarante minutes. Ainsi $v_0 = 100$, $v_1 = 200$, $v_2 = 400$, ...

1. Montrer que les termes v_0, v_1, v_2, v_3 sont en progression géométrique.
2. On suppose que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 2. Indiquer sans justifier lequel des 4 graphiques ci-dessous est susceptible de représenter la suite (v_n).



3. Quel sera le nombre de champignons quatre heures après le début de l'expérience ?

4. Cinq heures après le début de l'expérience, on dénombre environ 18000 champignons. Est-ce cohérent avec le modèle choisi ?

Exercice 2

Partie A

On considère la fonction g définie pour tout réel x par

$$g(x) = x^2 - 5x + 4.$$

On note $\mathscr{P}$ la courbe représentative de la fonction g.

1. Montrer que pour tout réel x, on a $g(x) = (x-1)(x-4)$.

2. Recopier et compléter le tableau de signes de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

Partie B

On considère la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[0,5\,;\,8]$ par

$$f(x) = x - 5 + \frac{4}{x}$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$ orthogonal.

1. Vérifier que pour tout réel x, de l'intervalle $[0,5\,;\,8]$ on a $f(x) = \dfrac{g(x)}{x}$.

2. À l'aide de la question 2 de la **Partie A**, déterminer la position de la courbe $\mathscr{C}$ par rapport à l'axe des abscisses.

3. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0,5\,;\,8]$.

On rappelle que la fonction inverse $u : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est dérivable sur $[0,5\,;\,8]$ et que sa fonction dérivée est définie par $u' : x \mapsto -\dfrac{1}{x^2}$

En utilisant l'expression $f(x) = x - 5 + \dfrac{4}{x}$, démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0,5\,;\,8]$ on a :

$$f'(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{x^2}.$$

4. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0,5\,;\,8]$.

5. Réaliser un schéma de l'allure de la courbe $\mathscr{C}$ sur lequel apparaîtront les résultats des questions **2** de la **Partie A** et 4 de la **Partie B**.