Corrigé – Fiche d'exercices sur le second degré

Il s'agit d'éléments de correction générés par une IA générative, le contenu est correct mais la rédaction non conforme.

Exercice 1 — Déterminer les coefficients d'un trinôme

Développer, mettre sous la forme ax^2+bx+c puis identifier (a,b,c).

1. $p(x)=x(7-5x)-2=7x-5x^2-2=\boxed{-5x^2+7x-2}$; $\boxed{a=-5,\ b=7,\ c=-2.}$

2. $q(x)=(x+4)^2=x^2+8x+16=\boxed{x^2+8x+16}$; $\boxed{a=1,\ b=8,\ c=16.}$

3. $r(x)=(2x+3)(x-5)=2x^2-10x+3x-15=\boxed{2x^2-7x-15}$; $\boxed{a=2,\ b=-7,\ c=-15.}$

Exercice 2 — Déterminer les racines par la règle du produit nul

Résoudre dans $\mathbb{R}$.

1. $(x-4)(2x+1)=0 \iff \boxed{x=4}$ ou $\boxed{x=-\frac{1}{2}.}$

2. $(5x-2)^2=0 \iff 5x-2=0 \iff \boxed{x=\frac{2}{5}}$ (racine double).

3. $x^2-9=0 \iff (x-3)(x+3)=0 \iff \boxed{x=3}$ ou $\boxed{x=-3.}$

Exercice 3 — Déterminer les racines avec le discriminant

Pour $ax^2+bx+c=0$, on pose $\Delta=b^2-4ac$.

1. $2x^2-3x-2=0: a=2,\ b=-3,\ c=-2 \Rightarrow \Delta=9+16=25>0.$
$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{3\pm5}{4} \Rightarrow \boxed{x=2 \text{ ou } x=-\frac{1}{2}.}$

2. $x^2+4x+8=0: a=1,\ b=4,\ c=8 \Rightarrow \Delta=16-32=-16<0.$
$\boxed{\text{Aucune solution réelle.}}$

3. $3x^2-6x+3=0: a=3,\ b=-6,\ c=3 \Rightarrow \Delta=36-36=0.$
$x_0=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{6}{6}=1$ $\boxed{x=1}$ (racine double).

4. $-2x^2+7x-3=0: a=-2,\ b=7,\ c=-3 \Rightarrow \Delta=49-24=25>0.$
$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-7\pm5}{-4} \Rightarrow \boxed{x=\frac{1}{2} \text{ ou } x=3.}$

Exercice 4 — Utiliser le théorème du signe d'un trinôme

1. Déterminer le signe de a et celui du discriminant Δ

On rappelle : pour $f(x) = ax^2 + bx + c$, f a le signe de a *à l'extérieur* des racines et le signe opposé *à l'intérieur*. S'il n'y a pas de racine réelle, f garde le signe de a partout.

a) Schéma $+\ 0\ -\ 0\ +$ (racines en -1 et 5) $\Rightarrow$ signe extérieur $+$ donc $\boxed{a > 0}$; deux racines distinctes $\Rightarrow$ $\boxed{\Delta > 0}$.

b) Schéma $-\ 0\ +\ 0\ -$ $\Rightarrow$ signe extérieur $-$ donc $\boxed{a < 0}$; deux racines distinctes $\Rightarrow$ $\boxed{\Delta > 0}$.

c) Schéma $-\ 0\ -$ (une seule abscisse d'annulation, même signe de part et d'autre) $\Rightarrow$ $\boxed{\Delta = 0}$ et $\boxed{a < 0}$.

d) Toujours $+$ et aucune annulation $\Rightarrow$ $\boxed{a > 0}$ et $\boxed{\Delta < 0}$.

2. Trinôme $T(x) = -x^2 + x + 2$: racines et tableau de signes

$a = -1,\ b = 1,\ c = 2 \Rightarrow \Delta = 1 - 4(-1)(2) = 9.$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \pm 3}{-2} \Rightarrow \boxed{\text{x=-1 et x=2.}}$$

Comme $a < 0$, T est *négatif à l'extérieur* et *positif à l'intérieur* des racines :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$T(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	