Exercice 1 *Statistiques sur … points*

Le tableau suivant donne le nombre d'adhérents d'un club d'escrime pour les années 2011 à 2017.

Année	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Rang	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'adhérents	76	95	120	146	167	192	218

1. Donner, sans justifier, le coefficient de corrélation linéaire r de la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$. Arrondir à 0,001 près.

Expliquer pourquoi ce résultat permet d'envisager un ajustement affine.

2. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

Les coefficients seront arrondis à $0,1$ près.

3. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite d'équation : $y = 24x + 50$.

Selon ce modèle :

a. Donner une estimation du nombre d'adhérents en 2023.

b. À partir de quelle année le club aura-t-il plus de 600 adhérents ?

Exercice 2

Soit f la fonction définie et dérivable sur sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ telle que pour tout réel x, on a :

$$f(x) = 15\left(1 - \mathrm{e}^{-2x+1}\right)$$

1. **a.** Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$ en justifiant soigneusement.

b. Interpréter graphiquement cette limite pour la courbe de f représentée dans un repère du plan.

2. **a.** On note f' la fonction dérivée de f. Soit x un réel, donner une expression de $f'(x)$.

b. En justifiant dresser le tableau de variations complet de f sur $[0\,;\,+\infty[$.

3. **a.** Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

b. Déduire des questions précédentes le tableau de signes de f.

Exercice 3

On considère une fonction g définie et continue sur l'intervalle $]-8\,;10[$ dont on donne le tableau de variations ci-dessous :

x	-8		-2		3		10
$g(x)$	10	$\searrow$	-4	$\nearrow$	5	$\searrow$	4

1. Démontrer que l'équation $g(x)=6$ possède une unique solution sur l'intervalle $]-8\,;-2[$.

2. Compléter le tableau ci-dessous sans justifier.

m	-5	-4	4	$4,5$	5	6	10	12
Nombre de solutions de l'équation $g(x)=m$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

Exercice 4

Soit la fonction f définie sur $]0\,;10]$ par :

$$f(x)=\frac{\ln(x)}{x}$$

1. f est dérivable sur $]0\,;10]$ comme quotient de fonctions dérivables.

Démontrer que pour tout réel x tel que $0<x\leqslant 3$, on a :

$$f'(x)=\frac{1-\ln(x)}{x^2}$$

2. Déterminer la limite de f en 0^+.

3. Dresser le tableau de variations complet de f sur $]0\,;10]$ en justifiant soigneusement tous les éléments.

4. **a.** Démontrer que l'équation $f(x)=0,25$ possède une unique solution α sur l'intervalle $]0\,;\mathrm{e}[$ en justifiant soigneusement.

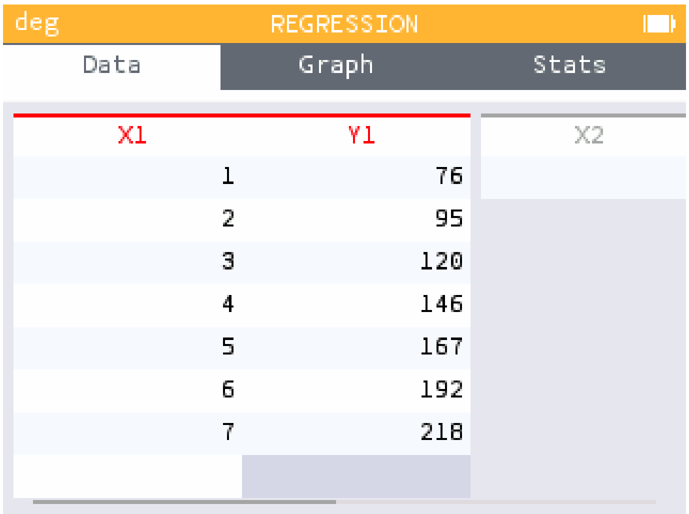
b. Déterminer un encadrement de α par balayage.

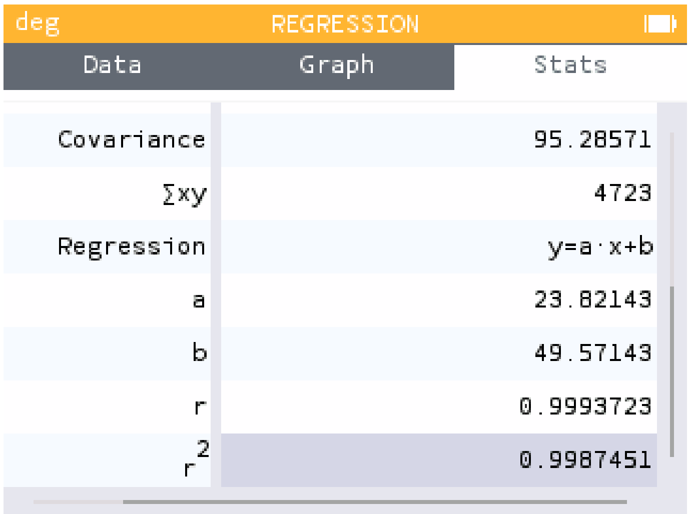
Quelques corrigés

Exercice 1 *Statistiques sur 5 points*

Le tableau suivant donne le nombre d'adhérents d'un club d'escrime pour les années 2011 à 2017.

Année	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Rang	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'adhérents	76	95	120	146	167	192	218





1. Le coefficient de corrélation linéaire $r \approx 0,999$ à $0,001$ près de la série statistique double $(x_i\ ;\ y_i)$ est très proche de 1 donc un ajustement affine positif de y en fonction de x avec x et y variant dans le même sens, est pertinent.

2. Une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est $\boxed{y = ax + b}$ donc $a \approx 23,8$et $b \approx 49,6$.

3. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite d'équation : $y = 24x + 50$.

   Selon ce modèle :

   a. Une estimation du nombre d'adhérents en 2023 ($x = 13$) obtenu par interpolation est $y = 24 \times 13 + 50 = 362$ adhérents.

   b. Pour déterminer à partir de quelle année le club aura plus de 600 adhérents, on résout l'inéquation :

$$24x + 50 > 600 \iff 24x > 550$$
$$24x + 50 > 600 \iff x > \frac{550}{24}$$
$$24x + 50 > 600 \iff x > \frac{275}{12} \approx 23$$

   x prend uniquement des valeurs entières donc la plus petite solution de l'inéquation $24x + 50 > 600$ est $x = 23$ et on peut estimer d'après l'ajustement que le nombre d'adhérents sera supérieur à 600 à partir de l'année $\boxed{2010 + 23 = 2033}$.