
Exercice 1

On considère deux suites $(u_n)_{n \geq 0}$ et $(w_n)_{n \geq 0}$ telles que :

- pour tout entier $n \geq 0$, on a $u_n < 2$;
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$;
- pour tout entier $n \geq 0$, on a :

$$\frac{6 + 3n^2}{n^2 + 1} \geq w_n \geq 3 - 0,1^n$$

1. En détaillant les étapes, déterminer la limite de la suite (v_n) définie pour tout entier $n \geq 0$ par :

$$v_n = \frac{3}{2 - u_n}$$

2. a. En détaillant les étapes, déterminer la limite de la suite $\left(\frac{6 + 3n^2}{n^2 + 1}\right)_{n \geq 0}$.
- b. Peut-on déterminer une limite pour la suite $(w_n)_{n \geq 0}$? Justifier.

Exercice 2

Le directeur d'une réserve marine a recensé 3 000 cétacés dans cette réserve au 1^{er} juin 2017. Il est inquiet car il sait que le classement de la zone en « réserve marine » ne sera pas reconduit si le nombre de cétacés de cette réserve devient inférieur à 2 000.

Une étude lui permet d'élaborer un modèle selon lequel, chaque année :

- entre le 1^{er} juin et le 31 octobre, 80 cétacés arrivent dans la réserve marine;
- entre le 1^{er} novembre et le 31 mai, la réserve subit une baisse de 5 % de son effectif par rapport à celui du 31 octobre qui précède.

On modélise l'évolution du nombre de cétacés par une suite (u_n) . Selon ce modèle, pour tout entier naturel n , u_n désigne le nombre de cétacés au 1^{er} juin de l'année 2017 + n . On a donc $u_0 = 3 000$.

1. Justifier que $u_1 = 2 926$.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,95u_n + 76$.
3. On désigne par (v_n) la suite définie par, pour tout entier naturel n , $v_n = u_n - 1 520$.
 - a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,95 dont on précisera le premier terme.
 - b. En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = 1 480 \times 0,95^n + 1 520$.
 - c. Déterminer la limite de la suite (u_n) .
4. Recopier et compléter le programme Python ci-dessous pour déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de cétacés présents dans la réserve marine sera inférieur à 2 000.

```
def seuil():  
    u = 3000  
    n = 0  
    while u >= 2000:  
        u = .....  
        n = .....  
    return n
```

5. La réserve marine fermera-t-elle un jour? Si oui, déterminer l'année de la fermeture, en résolvant une inéquation à l'aide du logarithme népérien.