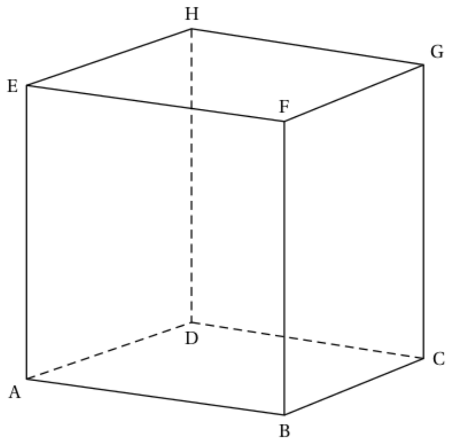
De nombreux exercices sont inspirés du cahier de calcul de Terminale, coordonné par Colas Bardvid https://colasbd.github.io/cdc-lycee/.

Exercice 1 *Asie mars 2023 J1*

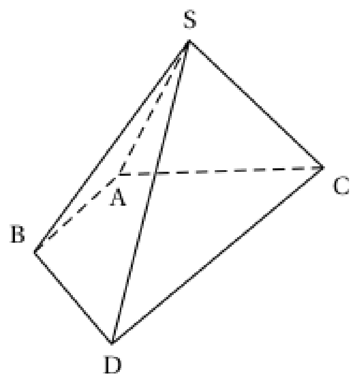


On considère le cube ABCDEFGH qui est représenté ci-contre.
Dans le repère $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AD}\,;\,\overrightarrow{AE}\right)$, on considère les points M, N et P de coordonnées :

$$M\left(1\,;\,1\,;\,\frac{3}{4}\right),\qquad N\left(0\,;\,\frac{1}{2}\,;\,1\right),\qquad P\left(1\,;\,0\,;\,-\frac{5}{4}\right)$$

1. Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$.
2. Placer les points M, N et P sur la figure.
3. Démontrer que les points M, N et P définissent un plan.

Exercice 2 *Asie juin 2024 J1*



Dans l'espace muni d'un repère $\left(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$ d'unité 1 cm, on considère les points : A$(3\,;\,-1\,;\,1)$; B$(4\,;\,-1\,;\,0)$; C$(0\,;\,3\,;\,2)$; D$(4\,;\,3\,;\,-2)$ et S$(2\,;\,1\,;\,4)$.

1. Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
2. **a.** Montrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

   b. Montrer que le quadrilatère ABDC est un trapèze de bases [AB] et [CD].
   On rappelle qu'un trapèze est un quadrilatère ayant deux côtés opposés parallèles appelés bases.

Exercice 3 *Métropole juin 2024 J2*

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
Chaque réponse doit être justifiée.

Dans l'espace muni d'un repère, on considère les points suivants :

$$\mathrm{A}(2\,;0\,;0),\quad \mathrm{B}(0\,;4\,;3),\quad \mathrm{C}(4\,;4\,;1),\quad \mathrm{D}(0\,;0\,;4)\quad \text{et}\quad \mathrm{H}(-1\,;\,I\,;\,2).$$

Affirmation 1 : les points A, B, C et D sont coplanaires.

Affirmation 2 : les droites (AC) et (BH) sont sécantes.

Exercice 4 *Vecteurs coplanaires*

L'espace est muni d'un repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$. *Les questions 1. et 2. sont indépendantes.*

1. Déterminer dans chaque cas la valeur de m pour que les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ soient coplanaires.

   a. $\vec{u}\,(1\,;2\,;1)$, $\vec{v}\,(-1\,;1\,;2)$ et $\vec{w}\,(0\,;3\,;m)$;

   b. $\vec{u}\,(-2\,;1\,;3)$, $\vec{v}\,(1\,;1\,;1)$ et $\vec{w}\,(m\,;1\,;-3)$.

2. Soit les vecteurs $\vec{u}\,(0\,;1\,;0)$, $\vec{v}\,(1\,;1\,;2)$ et $\vec{w}\,(2\,;2\,;3)$.

   a. Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont-ils coplanaires ?

   b. Déterminer un triplet (a, b, c) tel que $(1\,;1\,;1) = a\vec{u} + b\vec{v} + c\vec{w}$.

Exercice 5 *Points coplanaires*

L'espace est muni d'un repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
Dans chaque cas, déterminer si les points A, B, C et D sont coplanaires.

1. $A\,(2\,;-1\,;3)$, $B\,(2\,;1\,;1)$, $C\,(5\,;0\,;3)$ et $D\,(8\,;1\,;4)$.
2. $A\,(2\,;2\,;0)$, $B\,(1\,;1\,;-1)$, $C\,(0\,;6\,;2)$ et $D\,(1\,;1\,;-1)$.
3. $A\,(1\,;-7\,;1)$, $B\,(5\,;2\,;-2)$, $C\,(7\,;3\,;0)$ et $D\,(1\,;2\,;-8)$.

Exercice 6 *Amérique du Nord 2024 J1*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. L'espace est rapporté à un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.

1. On considère les points A(1 ; 0 ; 3) et B(4 ; 1 ; 0). Une représentation paramétrique de la droite (AB) est :

   a. $\left\{\begin{array}{l}x = 3+t\\ y = 1\\ z = -3+3t\end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$

   b. $\left\{\begin{array}{l}x = 1+4t\\ y = t\\ z = 3\end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$

   c. $\left\{\begin{array}{l}x = 1+3t\\ y = t\\ z = 3-3t\end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$

   d. $\left\{\begin{array}{l}x = 4+t\\ y = 1\\ z = 3-3t\end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$

   On considère la droite (d) de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{l}x = 3+4t\\ y = 6t\\ z = 4-2t\end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$

2. Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite (d) ?

a. M(7 ; 6 ; 6) **b.** N(3 ; 6 ; 4) **c.** P(4 ; 6 ; −2) **d.** R(−3 ; −9 ; 7)

3. On considère la droite (d') de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -2+3k \\ y &=& -1-2k \\ z &=& 1+k \end{array}\right.$ avec $k \in \mathbb{R}$

Les droites (d) et (d') sont :

a. sécantes **b.** non coplanaires **c.** parallèles **d.** confondues

Exercice 7 *Polynésie mars 2023*

L'espace est muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$. On considère :

- d_1 la droite passant par le point H(2 ; 3 ; 0) et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$;
- d_2 la droite de représentation paramétrique : $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 2k-3 \\ y &=& k \\ z &=& 5 \end{array}\right.$ où k décrit $\mathbb{R}$..

1. Déterminer un vecteur directeur $\vec{v}$ de la droite d_2.

2. Démontrer que les droites d_1 et d_2 ne sont pas parallèles.

3. Démontrer que les droites d_1 et d_2 ne sont pas sécantes.

4. Quelle est la position relative des droites d_1 et d_2 ?

Exercice 8 *Intersection de droites dans l'espace*

L'espace est muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.

Soit le point $A\,(1; 6; -3)$ et la droite $\mathscr{D}$ passant par A et dirigée par le vecteur $\vec{u}\,(1; -2; 1)$.
Déterminer dans chaque cas les points d'intersection de la droite $\mathscr{D}$ avec la droite définie par un point et un vecteur directeur.

1. $B\,(2; 6; -2)$ et $\vec{v}\,(1; 1; -1)$;

2. $C\,(11; 10; 7)$ et $\vec{w}\,(1; 0; 1)$;

3. $D\,(8; 13; 4)$ et $\vec{n}\,(2; 4; -2)$;

4. $E\,(5; 2; -3)$ et $\vec{a}\,(-2; 0; 3)$.