

## Correction du DS n°1 Sujet B

### Exercice 1 sur 4 points

Soit  $h$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $h(x) = (6x - 12)\sqrt{x}$ .

On note  $\mathcal{C}_h$  la courbe représentative de  $h$  dans un repère du plan.

1. Justifier que  $h$  est dérivable sur  $]0; +\infty[$ . On note  $h'$  sa fonction dérivée.
2. Soit  $x$  un réel strictement positif, démontrer que  $h'(x) = \frac{(9x - 6)}{\sqrt{x}}$ .
3. Déterminer une équation de la tangente à  $\mathcal{C}_h$  au point d'abscisse 9.

1)  $h$  est dérivable comme produit de fonctions dérivables sur  $]0; +\infty[$

2) Pour tout réel  $x > 0$  on a

$$h(x) = u(x) \times v(x)$$

$$\text{avec } u(x) = 6x - 12 \text{ et } v(x) = \sqrt{x}$$

$u$  et  $v$  sont dérivables sur  $]0; +\infty[$

$$u'(x) = 6 \text{ et } v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\text{On a : } (u \times v)' = u'v + uv'$$

$$\text{donc } h'(x) = 6 \times \sqrt{x} + (6x - 12) \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$$
$$h'(x) = \frac{6\sqrt{x} \times 2\sqrt{x} + 6x - 12}{2\sqrt{x}}$$

$$h'(x) = \frac{12x + 6x - 12}{2\sqrt{x}} = \frac{18x - 12}{2\sqrt{x}}$$

$$h'(x) = \frac{9x - 6}{\sqrt{x}}$$

3) Une équation de la tangente à  $\mathcal{C}_h$  au point d'abscisse 9 est:

$$y = h'(9) \times (x - 9) + h(9)$$

$$y = \frac{9 \times 9 - 6}{\sqrt{9}} \times (x - 9) + (6 \times 9 - 12) \sqrt{9}$$

$$y = 25(x - 9) + 126$$

$$y = 25x - 99$$

### Exercice 2 sur 3 points

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -3e^x + 2x$ .

$f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  comme somme de fonctions dérivables et on note  $f'$  sa fonction dérivée.

On note  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère du plan.

1. Soit  $x$  un réel, déterminer une expression de  $f'(x)$ .
2. Déterminer l'abscisse  $x$  d'un point de la courbe  $\mathcal{C}_f$  où sa tangente est parallèle à la droite d'équation  $y = -x$ .

1) Pour tout réel  $x$ , on a:

$$f(x) = -3e^x + 2x$$

donc

$$f'(x) = -3e^x + 2$$

2) La tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse  $x$  est parallèle à la droite d'équation  $y = -x$  soit  $f'(x) = -1$

On résout l'équation dans  $\mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned} f'(x) = -1 &\Leftrightarrow -3e^x + 2 = -1 \\ &\Leftrightarrow e^x = \frac{-1-2}{-3} = 1 \\ &\Leftrightarrow e^x = e^0 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \end{aligned}$$

La tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 0 est parallèle à la droite d'équation  $y = -x$

### Exercice 3 sur 3 points

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$g(x) = \frac{e^x}{e^x + 3}$$

$g$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  comme quotient de fonctions dérivables et on note  $g'$  sa fonction dérivée.  
On note  $\mathcal{C}_g$  la courbe représentative de  $g$  dans un repère du plan.

1. Soit  $x$  un réel, déterminer une expression de  $g'(x)$ . Détailler les calculs.
2. Existe-t-il une tangente à  $\mathcal{C}_g$  de coefficient directeur égal à 3? Justifier.

Dans cette question toute trace de recherche pertinente sera valorisée.

1) Pour tout réel  $x$  on a:

$$g(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \quad \text{avec} \quad u(x) = e^x \quad \text{et} \quad v(x) = e^x + 3$$

$u$  et  $v$  dérivables sur  $\mathbb{R}$   
 $u'(x) = e^x$  et  $v'(x) = e^x$

On a  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

donc  $g'(x) = \frac{e^x(e^x+3) - e^x \times e^x}{(e^x+3)^2}$

$$g'(x) = \frac{3e^x}{(e^x+3)^2}$$

2) Il existe une tangente à  $\Gamma_g$  de coefficient directeur 3ssi l'équation  $g'(x) = 3$  admet des solutions dans  $\mathbb{R}$ .

$$g'(x) = 3 \Leftrightarrow \frac{3e^x}{(e^x+3)^2} = 3 \Leftrightarrow e^x = (e^x+3)^2$$

$$g'(x) = 3 \Leftrightarrow e^x = (e^x)^2 + 6e^x + 9$$

$$g'(x) = 3 \Leftrightarrow 0 = (e^x)^2 + 5e^x + 9$$

Or  $(e^x)^2 > 0$  et  $5e^x > 0$

donc  $(e^x)^2 + 5e^x + 9 > 0$

L'équation  $g'(x) = 3$  n'a donc pas de solution et  $\Gamma_g$  n'a pas de tangente de coefficient directeur 3.