Capacité 1 : Identifier une fonction affine

Une fonction affine est de la forme $f(x) = mx + p$.

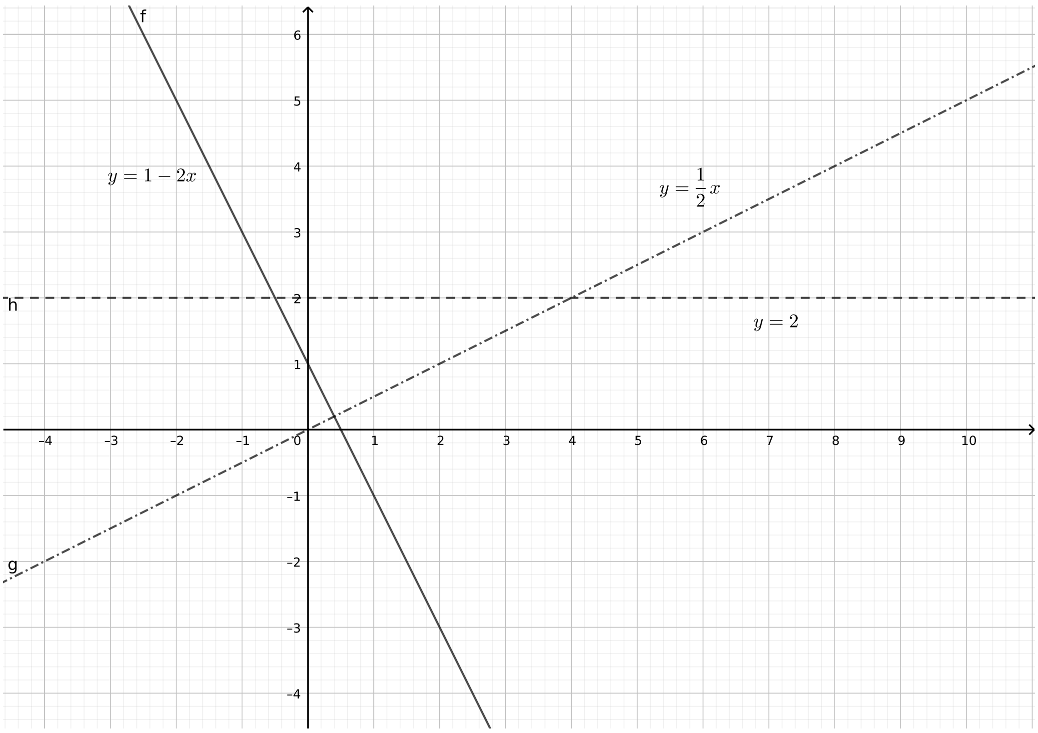
1. $y = 2\pi x$: Il s'agit d'une fonction affine avec $m = 2\pi$ et $p = 0$.
2. $y = \pi x^2$: Ce n'est pas une fonction affine car la puissance de x est différente de 1.
3. $y = x^3$: Ce n'est pas une fonction affine car la puissance de x est 3.
4. $y = 0.8x$: Il s'agit d'une fonction affine avec $m = 0.8$ et $p = 0$.
5. $y = 0.75x + 5$: Il s'agit d'une fonction affine avec $m = 0.75$ et $p = 5$.

Capacité 2 : Déterminer un coefficient directeur

Le coefficient directeur d'une droite passant par deux points (x_A, y_A) et (x_B, y_B) est donné par :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

1. Représentation dans le même repère des fonctions affines : $f : x \mapsto 1 - 2x \qquad g : x \mapsto \frac{1}{2}x \qquad h : x \mapsto 2$.



2. **a.** Pour C_f : $m = \frac{1-4}{-2-0} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$. Pour trouver l'ordonnée à l'origine p, on utilise un des points donnés, par exemple $A(0,4)$:

$$4 = \frac{3}{2} \times 0 + p \text{ donc } p = 4.$$

L'équation est donc $y = \frac{3}{2}x + 4$.

b. Pour C_g : $m = \dfrac{3-0}{2-0} = \dfrac{3}{2}$. En utilisant $O(0,0)$:

$$0 = \frac{3}{2} \times 0 + p \text{ donc } p = 0.$$

L'équation est $y = \dfrac{3}{2}x$.

c. Pour C_h : $m = \dfrac{5-3}{-1-2} = \dfrac{2}{-3} = -\dfrac{2}{3}$. En utilisant $C(2,3)$:

$$3 = -\frac{2}{3} \times 2 + p \text{ donc } 3 = -\frac{4}{3} + p \text{ donc } p = 3 + \frac{4}{3} = \frac{9}{3} + \frac{4}{3} = \frac{13}{3}.$$

L'équation est $y = -\dfrac{2}{3}x + \dfrac{13}{3}$.

d. Pour C_r : $m = \dfrac{-2-(-2)}{3-(-2)} = \dfrac{0}{5} = 0$. En utilisant $D(-2,-2)$:

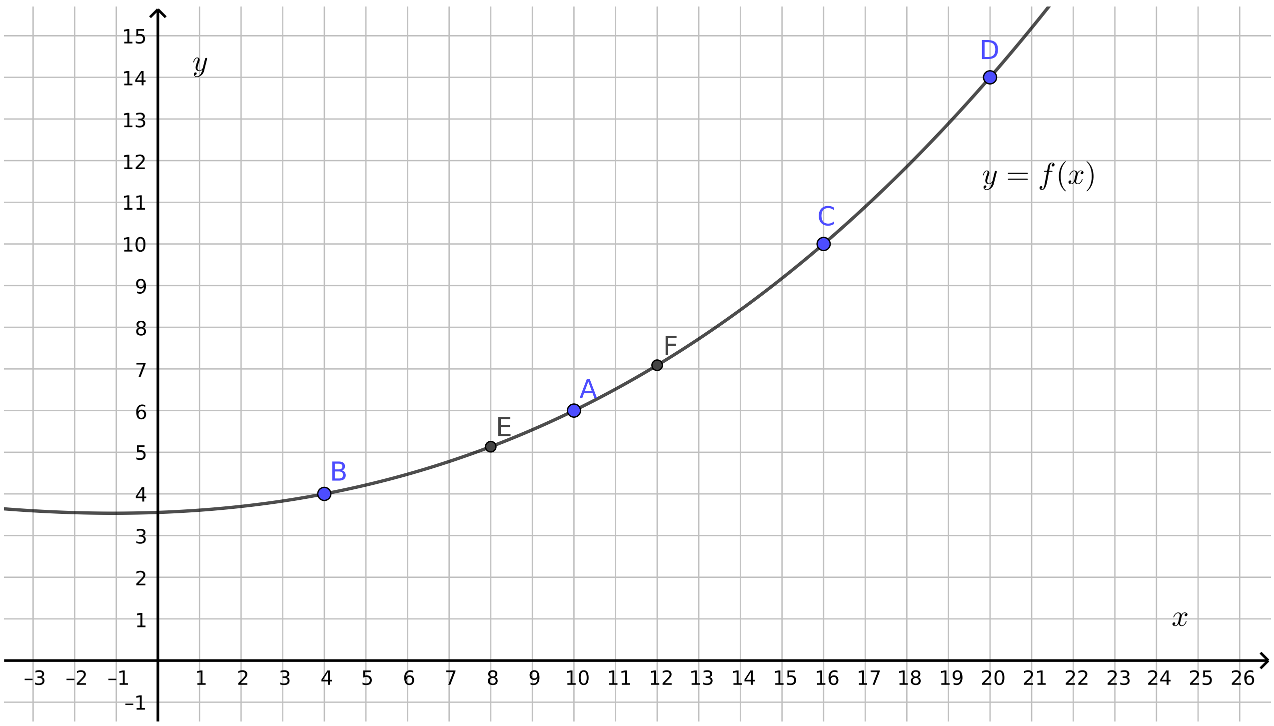
$$-2 = 0 \times (-2) + p \text{ donc } p = -2.$$

L'équation est $y = -2$.

3. La droite $\mathscr{D}_1$ passe par $A(0;4)$ et a pour coefficient directeur $\dfrac{1}{3}$. Elle passe donc aussi par le point de coordonnées $\left(0+3\,;\,4+3\times\dfrac{1}{3}=5\right)$.

La droite $\mathscr{D}_2$ passe par $C(2;3)$ et a pour coefficient directeur -2. Elle passe donc aussi par le point de coordonnées $(2+2\,;\,3+2\times(-2)=-1)$.

Capacité 3 : Calculer un taux de variation et faire tendre les sécantes vers une position limite



Le taux de variation entre deux points a et b est donné par :

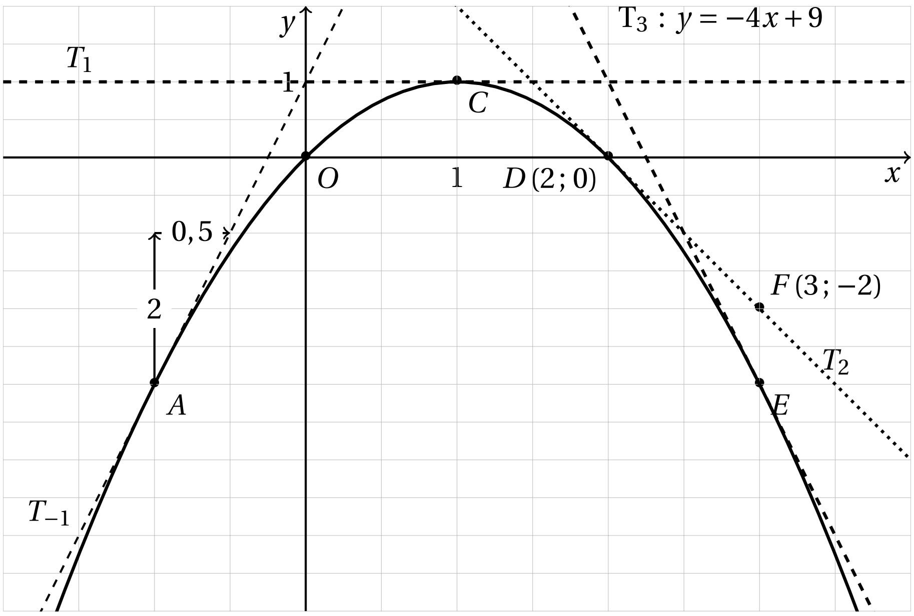
$$\text{Taux de variation} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

Les valeurs du tableau sont calculées comme suit :

1. $T_{4,10} = \frac{4-6}{4-10} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$.
2. $T_{8,10} = \frac{\frac{77}{15}-6}{8-10} = \frac{\frac{77}{15}-\frac{90}{15}}{-2} = \frac{13}{30}$.
3. $T_{12,10} = \frac{\frac{319}{45}-6}{12-10} = \frac{\frac{319}{45}-\frac{270}{45}}{2} = \frac{49}{90}$.
4. $T_{16,10} = \frac{10-6}{16-10} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.
5. $T_{20,10} = \frac{14-6}{20-10} = \frac{8}{10} = 0.8$.

La tangente limite a pour équation $y = \frac{1}{2}(x-10)+6$.

Capacité 4 : Déterminer graphiquement un nombre dérivé



Le nombre dérivé en a correspond au coefficient directeur de la tangente en ce point.
Les valeurs graphiques sont :

1. $f'(1) = 1$, car la tangente passe par $(1,1)$ et a une pente de 1.
2. $f'(-1) = -2$, car la tangente a une pente négative de -2.
3. $f'(2) = 0$, car la tangente est horizontale.
4. $f'(3) = -4$, car la tangente a une pente de -4.

Capacité 5 : Déterminer une équation de tangente à partir de la formule

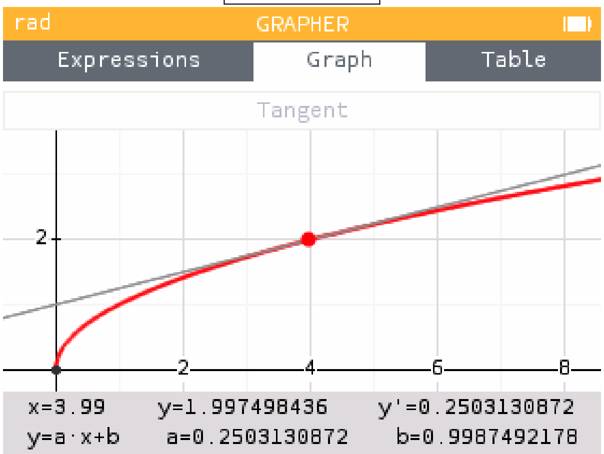
L'équation d'une tangente au point a est donnée par :

$$y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

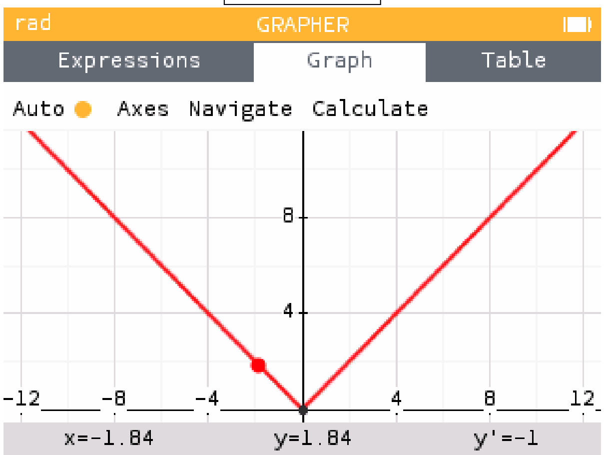
1. Pour $a = 2$, on a $y = -3x+4$, donc $f(2) = 4$ et $f'(2) = -3$.
2. Pour $a = -3$, on a $f(-3) = 9$ et $f'(-3) = 4$, donc l'équation est $y = 4(x+3)+9$ soit $y = 4x+21$.

Capacité 6 : Identifier un point où une fonction n'est pas dérivable

$\boxed{f : x \mapsto \sqrt{x}}$



$\boxed{g : x \mapsto |x|}$



Une fonction n'est pas dérivable en un point si la tangente n'est pas définie ou si les limites des taux de variation ne coïncident pas.

1. Pour $g(x) = |x|$, on a :
   a. $f'(a) = 1$ pour $a > 0$.
   b. $f'(a) = -1$ pour $a < 0$.
   c. En $a = 0$, les deux limites ne coïncident pas, donc $f'(0)$ n'existe pas.
2. Pour $f(x) = \sqrt{x}$, la tangente en $x = 0$ n'est pas définie car $f'(0)$ tend vers l'infini.