Correction de la fiche d'exercices

Exercice 1

La corpulence est mesurée à partir de l'indice de masse corporelle (IMC) qui est égal au rapport entre la masse (en kilogramme) et le carré de la taille (en mètre). Les individus dont l'IMC est supérieur à 30 sont considérés comme obèses.
On a réalisé en 2006 une étude à l'aide de questionnaires sur une population d'individus âgés de 21 à 59 ans.
Selon les données de 2006, on sait que :

— l'effectif total des femmes interrogées est de 2 685, dont 1 920 ont un emploi ;

— 10,6 % des femmes interrogées sont considérées comme obèses ;

— parmi les femmes considérées comme non obèses, 72,7 % ont un emploi.

1. Justifier que le nombre total de femmes considérées comme obèses est égal à 285 et que les femmes considérées comme non obèses et ayant un emploi sont au nombre de 1 745.

Nombre de femmes obèses : $\frac{10,6}{100} \times 2685 \simeq 285$

Nombre de femmes non obèses : $2685 - 285 = 2400$

72,7% des femmes non obèses ont un emploi :

$\frac{72,7}{100} \times 2400 \simeq 1745$

2. Compléter le tableau ci-dessous.

	Obèse	Non obèse	Total
Ayant un emploi	175	1745	1920
N'ayant pas un emploi	$285 - 175 = 110$	$2400 - 1745 = 655$	$2685 - 1920 = 765$
Total	285	2400	2 685

3. Calculer les fréquences marginales des valeurs du caractère « Être obèse », arrondir à 0,01 près.

$f(\text{"Obèse"}) = \dfrac{285}{2685}$ $f(\text{"Non obèse"}) = \dfrac{2400}{2685}$

4. Calculer les fréquences marginales des valeurs du caractère « Avoir un emploi », arrondir à 0,01 près.

$f(\text{"Ayant un emploi"}) = \dfrac{1920}{2685}$

$f(\text{"N'ayant pas d'emploi"}) = \dfrac{765}{2685}$

5) Fréquence conditionnelle des femmes qui n'ont pas d'emploi parmi les femmes obèses :

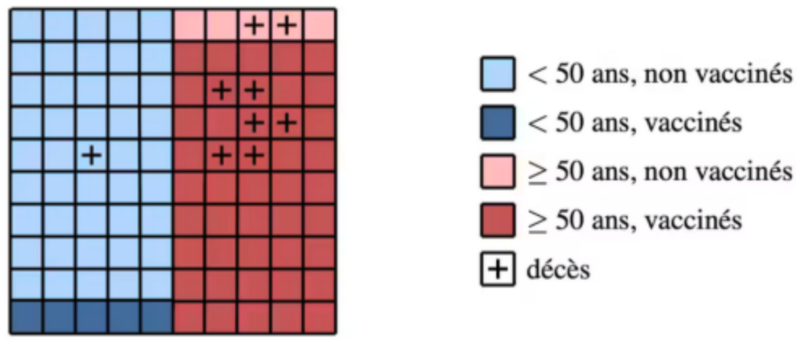
$\dfrac{110}{285} \simeq 0,386$

. Fréquence conditionnelle des femmes qui n'ont pas d'emploi parmi les femmes qui ne sont pas obèses :

$\dfrac{655}{2400} \simeq 0,273$

La fréquence de femmes sans emploi est plus grande parmi les femmes obèses que parmi les femmes non obèses.

Exercice 2



1. Compléter les tableaux croisés d'effectifs à partir du diagramme précédent.

T1 : Vaccination et Âge / population totale

	V	$\overline{V}$	Total
Q	5	45	50
$\overline{Q}$	45	5	50
Total	50	50	100

T2 : Vaccination et Mortalité / moins de 50 ans

	V	$\overline{V}$	Total
M	0	1	1
$\overline{M}$	5	44	49
Total	5	45	50

T3 : Vaccination et Mortalité / 50 ans ou plus

	V	$\overline{V}$	Total
M	6	2	8
$\overline{M}$	39	3	42
Total	45	5	50

T4 : Vaccination et Mortalité / population totale

	V	$\overline{V}$	Total
M	6	3	9
$\overline{M}$	44	47	91
Total	50	50	100

2) Par rapport au tableau T1, on a :

$f_Q(V) = \frac{5}{50} = 0,1$ et $f_{\overline{Q}}(V) = \frac{45}{50} = 99$

3) Par rapport au tableau T2 :

$f_V(M) = 0$ $\quad f_{\overline{V}}(M) = \frac{1}{45}$ On a $f_V(M) < f_{\overline{V}}(M)$

3) Par rapport au tableau T_3 :

$f_V(M) = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$ et $f_{\bar{V}}(M) = \frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ On a $f_V(M) < f_{\bar{V}}(M)$

Remarque: Le taux de mortalité parmi les vaccinés est inférieur au taux de mortalité parmi les non vaccinés, pour les moins de 50 ans et les 50 ans ou plus

4) Par rapport au tableau T_4 :

$f_V(M) = \frac{6}{50}$ et $f_{\bar{V}}(M) = \frac{3}{50}$

cette fois on a $f_V(M) > f_{\bar{V}}(M)$

le taux de mortalité est paradoxalement plus important parmi les vaccinés que parmi les non vaccinés, alors qu'il est moins important dans les deux catégories d'âge.

Ce paradoxe est dû à une répartition très différente entre vaccinés et non vaccinés dans les deux catégories d'âge

Exercice 3 *Allocations Familiales*

La Caisse Nationale des Allocations Familiales (CNAF) établit des statistiques portant sur les dossiers des foyers allocataires de prestations familiales.
Le tableau ci-dessous présente la répartition des dossiers des foyers allocataires selon le nombre d'enfants au sein du foyer et le lieu de résidence en 2014 :

Nombre d'enfants \ Nombre de foyers allocataires (en milliers)	habitant en métropole	habitant dans les départements d'outre-mer	Total
1 enfant	1 944	145	2 089
2 enfants	6 255	211	6 466
3 enfants	3 263	124	3 387
4 enfants	996	58	1 054
5 enfants ou plus	461	62	523
Total	12 919	600	13 519

(Source : CNAF fichier FILEAS)

1. Calculer la fréquence des foyers de 3 enfants habitant en métropole par rapport à l'ensemble des allocataires.

$$\frac{3263}{13\,519} \approx 0{,}241$$

2. Calculer la fréquence conditionnelle des foyers de 3 enfants parmi les foyers habitants en métropole.

$$\frac{3263}{12\,919} \approx 0{,}253$$

3. Est-il vrai que la fréquence des foyers en outre-mer parmi les foyers allocataires de 5 enfants ou plus est supérieure à 10 % ?

Elle est de $\frac{62}{523}$ qui est supérieur à 10% = 0,1

Exercice 4 *Chaudières*

	nombre de chaudières à cheminée C	nombre de chaudières à ventouse $\overline{C}$	Total
D nombre de chaudières défectueuses	$\frac{1}{100}\times 900 = 9$	$\frac{6}{100}\times 600 = 36$	$9+36=45$
$\overline{D}$ nombre de chaudières non défectueuses	$900-9=891$	$600-36=564$	$891+564=1455$
Total	900	600	1500

Dans cet exercice, on note $\overline{A}$ l'événement contraire de A, $P(A)$ la probabilité de l'événement A, et si B est un événement de probabilité non nulle, on note $P_B(A)$ la probabilité conditionnelle de A sachant B.
Une entreprise a fabriqué en un mois 1500 chaudières, dont 900 sont à cheminée. Les autres sont à ventouse. Dans ce lot, on a constaté que :

- 1% des chaudières à cheminée ont un défaut.
- 6% des chaudière à ventouse ont un défaut.

On prélève au hasard le numéro de série d'une chaudière de cette production et on considère les événements suivants :

- C : « Le numéro de série est celui d'une chaudière à cheminée. »
- D : « Le numéro de série est celui d'une chaudière défectueuse. »

1. Compléter le tableau à double entrée qui donne les effectifs des différentes chaudières produites.
2. Montrer que la probabilité que le numéro de série soit celui d'une chaudière défectueuse est 0,03.
3. Déterminer la probabilité que le numéro de série soit celui d'une chaudière à ventouse défectueuse.
4. Comment note-t-on la probabilité que le numéro de série soit celui d'une chaudière à ventouse sachant qu'elle n'est pas défectueuse ? Déterminer cette probabilité.
5. Déterminer $P_D(\overline{C})$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

2) $P(D) = \frac{45}{1500} = \frac{3}{100} = 0{,}03$

3) $P(D \cap \overline{C}) = \frac{36}{1500} = \frac{12}{500} = \frac{24}{1000} = 0{,}024$

4) $P_{\overline{D}}(\overline{C}) = \frac{564}{1455} \simeq 0{,}388$ à 10^{-3} près

5) $P_D(\overline{C}) = \frac{36}{45} = \frac{4}{5} = \frac{80}{100} = 0{,}8$

C'est la probabilité qu'une chaudière soit à ventouse sachant qu'elle est défectueuse.

Exercice 5 *Maison de retraite*

Les probabilités seront données sous forme de fraction irréductible.

L'animatrice d'une maison de retraite propose deux sorties aux 80 résidents : la visite d'une fromagerie et la visite d'un musée. Sur les 80 résidents,

- 30 résidents se sont inscrits à la visite de la fromagerie,
- 25 résidents se sont inscrits à la visite du musée,
- 20 résidents se sont inscrits aux deux visites.

1. Compléter le tableau d'effectifs ci-dessous. Aucune justification n'est exigée.

	F Inscrits à la visite de la fromagerie	$\overline{F}$ Non inscrits à la visite de la fromagerie	Total
M Inscrits à la visite du musée	20	$25-20=5$	25
$\overline{M}$ Non inscrits à la visite du musée	$30-20=10$	$50-5=45$	$80-25=55$
Total	30	$80-30=50$	80

2. On choisit un résident au hasard.
   On note F l'évènement : « le résident est inscrit à la visite de la fromagerie ».
   On note M l'évènement : « le résident est inscrit à la visite du musée ».
   a. Déterminer les probabilités $P(F)$ et $P(M)$.
   b. Définir par une phrase l'évènement $F \cap M$ et calculer la probabilité de cet évènement.
   c. Calculer la probabilité que le résident choisi au hasard soit inscrit à la visite de la fromagerie ou à la visite du musée.

2) a) $P(F) = \dfrac{30}{80} = \dfrac{3}{8}$

$P(M) = \dfrac{25}{80} = \dfrac{5}{16}$

b) $F \cap M$ = " le résident choisi est inscrit aux deux visites "

$P(F \cap M) = \dfrac{20}{80} = \dfrac{1}{4}$

$$P(F \cup M) = P(F) + P(M) - P(F \cap M)$$

$$P(F \cup M) = \frac{30 + 25 - 20}{80} = \frac{35}{80} = \frac{7}{16}$$

la visite du musée.

3. Déterminer $P_F(M)$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

4. **a.** Montrer que si un résident n'est pas inscrit à la visite du musée, alors il y a plus de 8 chances sur 10 pour qu'il ne soit pas inscrit à la visite de la fromagerie.

b. L'animatrice affirme que si un résident n'est pas inscrit à une des visites, il y a une forte probabilité qu'il ne soit pas inscrit à l'autre.
Cette affirmation est-elle correcte ? Justifier la réponse.

3) $P_F(M) = \frac{20}{30}$ est la probabilité de choisir un résident qui visite le musée sachant qu'il a visité la fromagerie

4) a) On calcule :

$P_{\overline{M}}(\overline{F})$ et $P_{\overline{F}}(\overline{M})$

$P_{\overline{M}}(\overline{F}) = \frac{45}{55}$ et $P_{\overline{F}}(\overline{M}) = \frac{45}{50} = 0,9$

$P_{\overline{M}}(\overline{F}) = \frac{9}{11}$

L'affirmation est correcte.