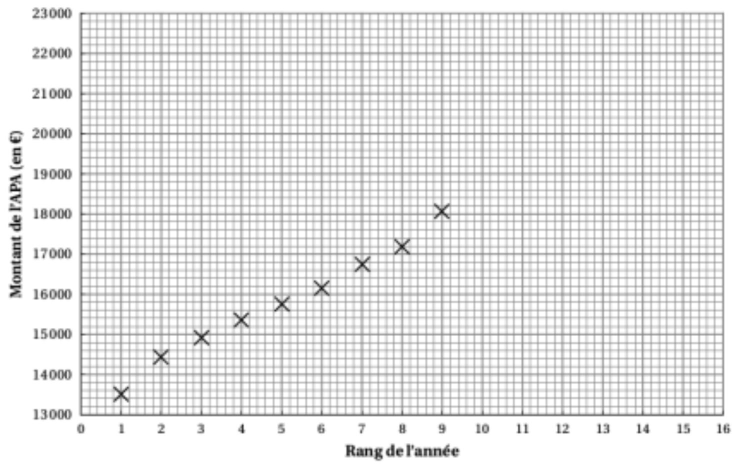
Correction des exemples du cours sur les suites

Capacité 4 ***Utiliser plusieurs registres (graphique, algébrique) pour étudier une suite***

L'Allocation Personnalisée d'Autonomie (APA) est une allocation destinée aux personnes âgées de 60 ans et plus en perte d'autonomie.

Une série statistique nous donne le montant en euros de l'APA dans un département fixé depuis 2007. On note $a(n)$ le montant pour l'année $2006 + n$ et le nuage de points ci-dessous représente les neuf premiers termes de la suite a.



1. **a.** Compléter le tableau ci-dessous par lecture graphique :

Indice n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a(n)$	13 504	...	14 914	15 351	15 751	16 144	16 744	...	18 070

b. Quel était le montant de l'APA en 2013?

1) a) Par lecture graphique :

$a(2) = 14400$ et $a(8) = 17200$

b) Le montant de l'APA en 2013 est donné par $a(7)$ car $2013 - 2006 = 7$

D'après le tableau $a(7) = 16744$

2. Le conseil départemental décide d'une augmentation de 5% par an à partir de 2015.

   a. Calculer $a(10)$ et compléter le nuage de points.

   b. Quelle formule faut-il saisir en C2 dans la feuille de calcul ci-dessous pour calculer le montant de l'APA à partir de 2015 ?

	A	B	C	D	E	F
1	n	9	10	11	12	13
2	$a(n)$	18 070	...	...	...	...

2)

a) $a(9)$ est le montant de l'APA en 2015

montant en 2015 $\xrightarrow{+5\%}$

$a(9) \xrightarrow{\times\left(1+\frac{5}{100}\right)} a(10)$

D'après ce modèle d'évolution, on aura :

$a(10) = a(9) \times 1{,}05 = 18070 \times 1{,}05$

$a(10) = 18973{,}5$

b) Si on veut projeter l'évolution de $a(n)$ pour $n \geqslant 9$ on écrira en C2 la formule

= B2 * 1.05

Capacité 5 ***Modéliser une évolution avec une suite définie par récurrence***

Bob s'est fixé un objectif : participer à un marathon qui aura lieu très bientôt dans sa ville.
Pour cela, il désire programmer sa préparation au marathon de la manière suivante :

- lors du premier entraînement, il décide de courir 20 km ;
- il augmente ensuite, à chaque entraînement, la distance à courir de 5 %.

On peut modéliser la distance parcourue lors de ses entraînements par une suite d, où, pour tout entier naturel n non nul, le nombre $d(n)$ désigne la distance à courir en kilomètre, lors de son n-ième entraînement.
On a ainsi $d(1) = 20$.

1. Calculer $d(2)$, puis vérifier que $d(3) = 22{,}05$.
2. Pour tout entier naturel n non nul, exprimer $d(n+1)$ en fonction de $d(n)$.

1) $d(2)$ est obtenu en appliquant une augmentation de 5% à $d(1)$ donc en multipliant $d(1)$ par $1+\frac{5}{100} = 1{,}05$.

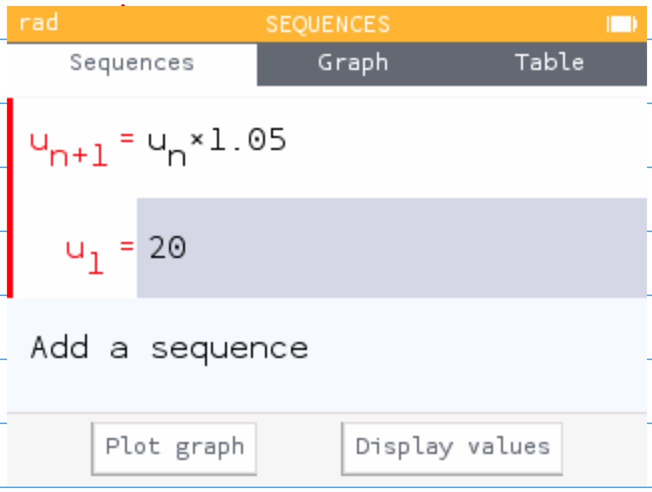
$$d(2) = 1{,}05 \times d(1) = 1{,}05 \times 20 = 21$$

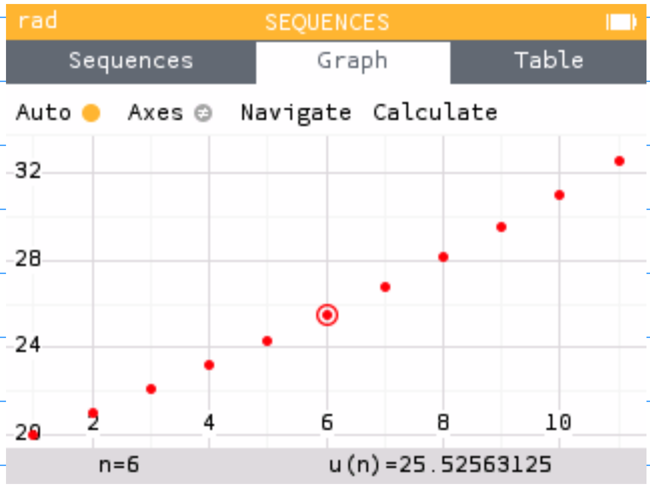
2) Avec le modèle d'évolution d'une augmentation de 5% de la distance entre deux entraînements, on aura :

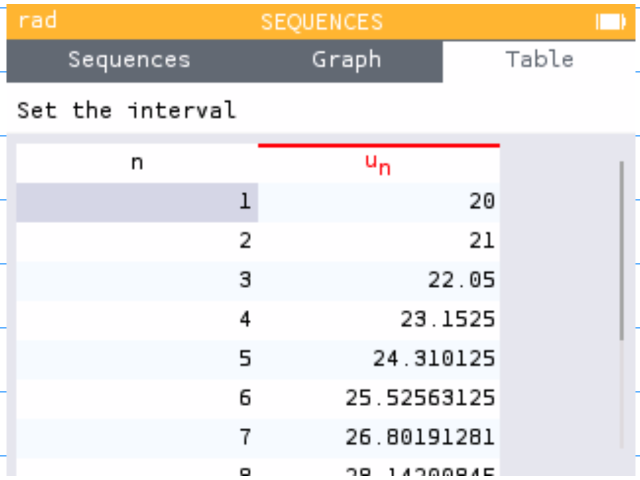
$$d(n+1) = \left(1+\frac{5}{100}\right) \times d(n)$$

$$d(n+1) = 1{,}05 \times d(n)$$

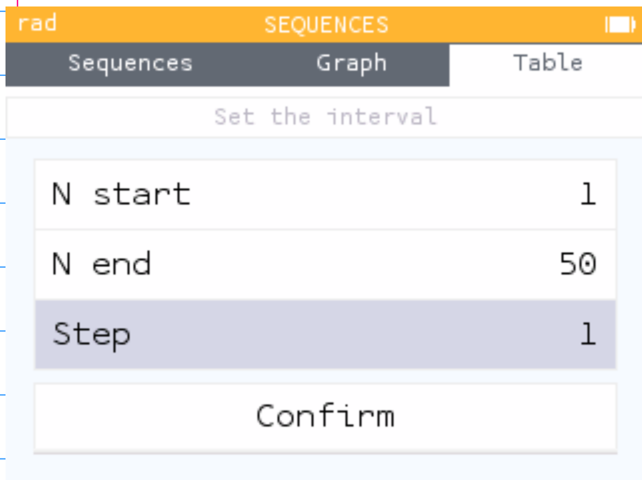
3. Programmer le calcul des termes de cette suite d sur sa calculatrice avec le mode `suite` ou `recurrence`.



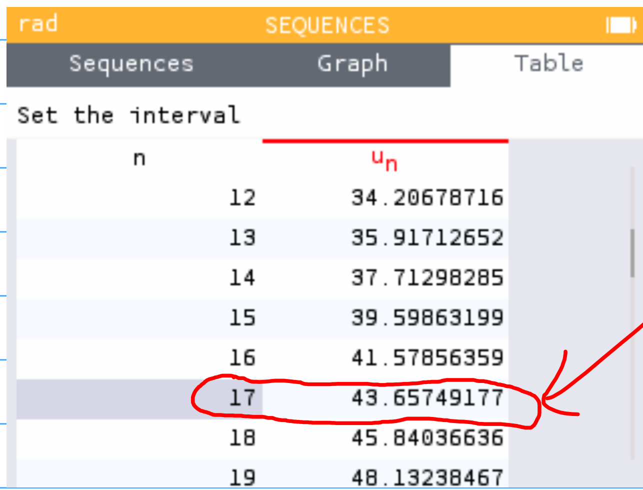




n	u_n
1	20
2	21
3	22.05
4	23.1525
5	24.310125
6	25.52563125
7	26.80191281



on paramètre d'abord la calculatrice pour calculer suffisamment de termes



Le seuil de 43 est dépassé à partir de l'indice 17

Capacité 6 *Calculer des termes d'une suite définie par une relation de récurrence*

Soit la suite u définie par : $u(0) = 4$ et, pour tout entier naturel n, $u(n+1) = -\frac{1}{2}u(n) + 2$.

1. Détailler les calculs de $u(1)$ et $u(2)$.
2. Avec le mode `suite` ou `recurrence` de la calculatrice, calculer une valeur décimale approchée à 10^{-6} près de $u(14)$.

1) $u(1) = -\frac{1}{2}u(0) + 2 = -\frac{1}{2} \times 4 + 2 = -2 + 2 = 0$

$u(2) = -\frac{1}{2} \times u(1) + 2 = -\frac{1}{2} \times 0 + 2 = 2$

2)

rad SEQUENCES

Sequences | Graph | Table

$u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n+2$

$u_0 = 4$

Add a sequence

Plot graph | Display values

rad SEQUENCES

Sequences | Graph | Table

Set the interval

n	u_n
0	4
1	0
2	2
3	1
14	1.333496094
5	1.25
6	1.375
7	1.3125

on saisit 14 dans la colonne de titre n et on lit u(n) en face dans la colonne de u(n).

On a $u(14) \simeq 1{,}333497$ à 10^{-6} près

Capacité 7 ***Calculer les termes d'une suite définie explicitement***

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier $n \geqslant 0$ par $v(n) = 3 + 4n$.

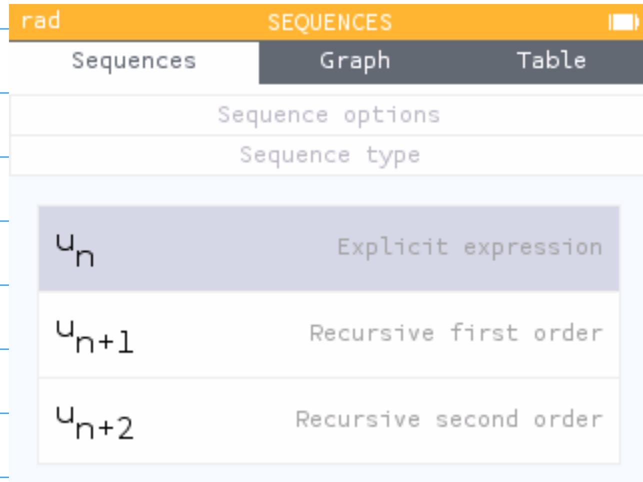
1. Calculer dans un tableau les valeurs des termes $v(n)$ avec $0 \leqslant n \leqslant 10$.
2. Représenter dans un repère le nuage des points de coordonnées $(n\,;\, v(n))$ avec $0 \leqslant n \leqslant 10$.
   Que peut-on dire des onze points du nuage ?
3. Déterminer l'indice du terme de valeur 145.
4. À partir quel indice n, a-t-on $v(n) > 995$?

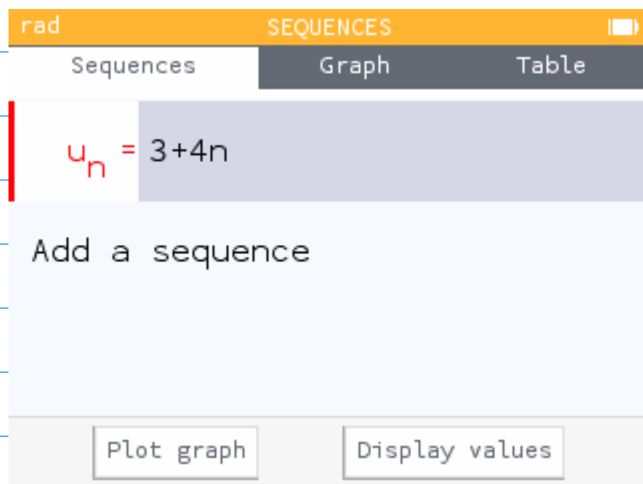
1) La formule étant explicite on peut compléter un tableau de valeurs comme pour une fonction :

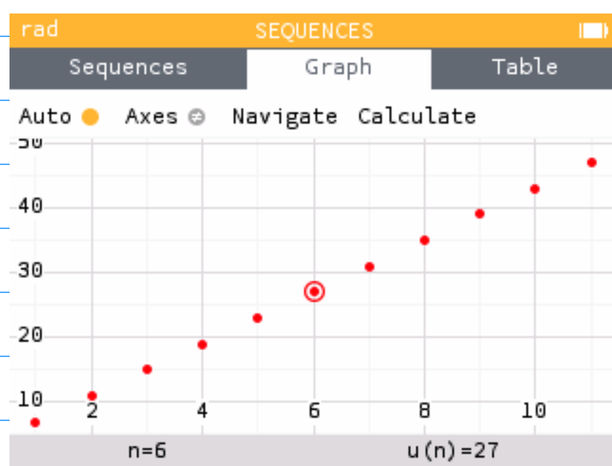
n	$v(n)$
0	$3+4\times 0=3$
1	$3+4\times 1=7$
2	11
3	15
4	19
5	23
6	27
7	31
8	35
9	39
10	43

+4

+4







Les onze points de coordonnées $(n ; u_n)$ du nuage de points sont alignés.

3) Pour déterminer l'indice du terme de valeur 147 on résout l'équation :

$$u_n = 147 \iff 3 + 4n = 147$$

$$\iff 4n = 144$$

$$\iff n = 36$$

L'indice du terme de valeur 147 est 36, on a $u_{36} = 147$.

4) On résout l'inéquation

$$v(n) > 995 \iff 3 + 4n > 995$$

$$\iff 4n > 992$$

$$\iff n > \frac{992}{4}$$

$$\iff n > 248$$

On a donc $v(n) > 995$ à partir de l'indice $248 + 1 = 249$.

Capacité 8 ***Donner un exemple de suite croissante, décroissante ou non monotone.***

On considère une suite d réduite à six notes, celles obtenues par un élève en cours de mathématiques. On note $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, $d(4)$, $d(5)$ et $d(6)$ ces notes.

1. Donner un premier exemple où la suite d est croissante. Représenter la suite par un nuage de points.
2. Donner un second exemple où la suite d est décroissante. Représenter la suite par un nuage de points.
3. Donner un troisième exemple où la suite d n'est pas monotone. Représenter la suite par un nuage de points.

1) Suite croissante

$d(1) = 5$ $d(2) = 5$ $d(3) = 7$

$d(4) = 7$ $d(5) = 12$ $d(6) = 20$

2) Suite décroissante

$d(1) = 20$ $d(2) = 12$ $d(3) = 7$

$d(4) = 7$ $d(5) = 4$ $d(6) = 4$

3) Suite non monotone.

$d(1) = 8$ $d(2) = 6$ $d(3) = 9$

$d(4) = 15$ $d(5) = 20$ $d(6) = 12$