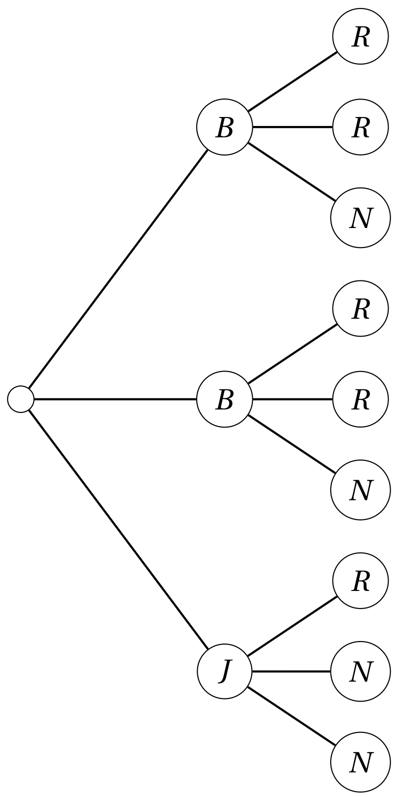
On considère une expérience aléatoire (E) constituée de la succession de deux expériences aléatoires E_1 et E_2 telles que le résultat de E_1 modifie l'expérience E_2 :

- (E1) : On effectue un premier tirage dans l'urne α contenant deux boules bleues B et une boule jaune J indiscernables au toucher;
- (E2) : L'urne choisie pour le deuxième tirage dépend de la couleur de la boule tirée au premier tirage.
  - Si on a tiré une boule bleue B dans l'urne α alors on effectue un deuxième tirage dans l'urne β qui contient deux boules rouges R et une boule noire N indiscernables au toucher.
  - Si on a tiré une boule jaune J dans l'urne α alors on effectue un deuxième tirage dans l'urne γ qui contient une boule rouge R et deux boules noires N indiscernables au toucher.

On a modélisé cette situation par **l'arbre de dénombrement** ci-dessous :



1. À l'aide de cet **arbre de dénombrement**, déterminer la probabilité de tirer une boule rouge lors d'une réalisation de l'expérience aléatoire (E).

2. Si on multipliait par 100 les nombres de boules de chaque couleur dans toutes les urnes, pourrait-on modéliser l'expérience aléatoire (E) à l'aide d'un arbre de dénombrement ?

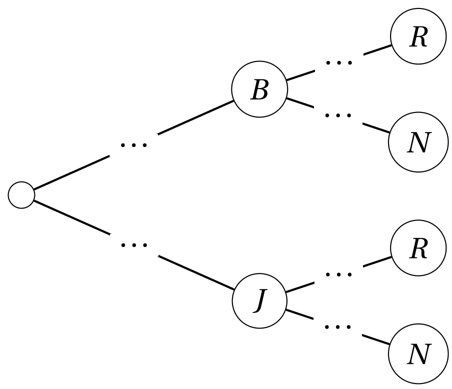
3. On propose une autre modélisation, à l'aide d'un **arbre pondéré de probabilités**, où les branches issues d'un même noeud et représentant la même couleur vont être fusionnées. De plus on va les étiqueter avec la probabilité que la couleur à l'extrémité de la branche se réalise sachant que l'événement porté par le noeud origine de la branche est réalisé.

   Dans notre exemple :

   - Premier niveau : On construit deux branches d'extrémités B et J issues du noeud racine et on étiquette :

  - la branche d'extrémité B par la probabilité de tirer une boule bleue dans l'urne α donc par $\mathbb{P}(B) = \dots$
  - la branche d'extrémité J par la probabilité de tirer une boule jaune dans l'urne α donc par $\mathbb{P}(J) = \dots$.
- <u>Second niveau :</u> À partir des noeuds B et J construits au premier niveau, on construit deux branches d'extrémités R et N mais on les étiquette différemment :
  - pour les branches issues du noeud B, on tire dans l'urne β, donc :
    - on étiquette la branche d'extrémité R par la probabilité conditionnelle de tirer R sachant qu'on a tiré B au premier tirage, donc par $\mathbb{P}_B(R) = \dots$
    - on étiquette la branche d'extrémité N par la probabilité conditionnelle de tirer N sachant qu'on a tiré B au premier tirage, donc par $\mathbb{P}_B(N) = \dots$
  - pour les branches issues du noeud J, on tire dans l'urne γ, donc :
    - on étiquette la branche d'extrémité R par la probabilité conditionnelle de tirer R sachant qu'on a tiré J au premier tirage, donc par $\mathbb{P}_J(R) = \dots$
    - on étiquette la branche d'extrémité N par la probabilité conditionnelle de tirer N sachant qu'on a tiré J au premier tirage, donc par $\mathbb{P}_J(N) = \dots$

Compléter **l'arbre pondéré de probabilités** ci-dessous.



4. **a.** Déterminer la probabilité de l'événement B ∩ R = « Tirer une boule bleue au premier tirage **et** une boule rouge au second ».
A-t-on $\mathbb{P}(B \cap R) = \mathbb{P}_B(R)$?

b. Déterminer la probabilité de l'événement J ∩ R = « Tirer une boule jaune au premier tirage **et** une boule rouge au second ».
A-t-on $\mathbb{P}(J \cap R) = \mathbb{P}_J(R)$?

c. Retrouver la probabilité de l'événement R = « Tirer une boule rouge » déjà calculée avec l'arbre de dénombrement.
Classer dans l'ordre croissant les probabilités $\mathbb{P}(R)$, $\mathbb{P}_B(R)$ et $\mathbb{P}_J(R)$. Interpréter l'ordre obtenu.

5. L'arbre de probabilités serait-t-il modifié si on multipliait par 100 les nombres de boules de chaque couleur dans toutes les urnes ?