

Partie A

On considère la suite géométrique $(u_n)_{n \geq 0}$ de premier terme $u_0 = -140$ et de raison 0,9.

1. Soit n un entier naturel, exprimer u_n en fonction de n .
2. On considère la fonction Python ci-dessous :

```
def mystere(n):  
    u = -140  
    lis = [u]  
    for k in range(n):  
        u = u * 0.9  
        lis.append(u)  
    return lis
```

Donner la valeur renvoyée par `mystere(3)` avec des valeurs numériques exactes.

3. Donner une valeur approchée de u_{15} arrondie à l'unité près.
4. Compléter la fonction Python `seuil` en **ANNEXE 2** pour que `seuil(-40)` renvoie le plus petit entier naturel n tel que $-40 < u_n$.

Partie B

Une commune dispose de 380 voitures et propose un système de locations de ces voitures selon les modalités suivantes :

- chaque voiture est louée pour une durée d'un mois ;
- la location commence le 1^{er} jour du mois et se termine le dernier jour du même mois ;
- le nombre de voitures louées est comptabilisé à la fin de chaque mois.

À la fin du mois de janvier 2019, 280 voitures ont été louées avec ce système de location.

Le responsable de ce système souhaite étudier l'évolution du nombre de locations de voitures.

Pour cela il modélise le nombre de voitures louées chaque mois par une suite $(v_n)_{n \geq 0}$, où, pour tout entier naturel n , v_n représente le nombre de voitures louées le n -ième mois après le mois de janvier 2019. Ainsi $v_0 = 280$.

On admet que cette modélisation conduit à l'égalité : $v_{n+1} = 0,9v_n + 42$.

1. Combien de voitures ont-elles été louées avec ce système de location au mois de février 2019?
2. Pour tout entier naturel n , on pose : $u_n = v_n - 420$.
 - a. Démontrer que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ est géométrique de raison 0,9 et de premier terme -140 c'est-à-dire que c'est exactement la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ étudiée dans la **Partie A**.
 - b. En déduire que pour tout entier naturel n , on a $v_n = -140 \times 0,9^n + 420$.
 - c. Existe-t-il un entier naturel n tel que $v_n \geq 421$? Justifier.
3. La commune, qui possède initialement 380 véhicules, envisage d'acheter des voitures supplémentaires pour répondre à la demande.

À partir de quelle date le nombre de voitures initial sera-t-il insuffisant?

Expliciter la démarche.

```
def seuil(s):  
    n = 0  
    u = -140  
    while ..... :  
        u = .....  
        n = .....  
    return .....
```