Exercice 1

1. On considère la suite u définie pour tout entier naturel n, par la formule explicite $u_n = \dfrac{7}{3+n}$.

a. Donner des expressions de u_0, u_1 et u_4 sous forme de fractions irréductibles.

b. Pour quel entier naturel n, a-t-on $u_n = \dfrac{1}{3}$?

c. Déterminer l'ensemble des entiers naturels tels que $u_n < \dfrac{1}{2}$.

d. Existe-t-il un entier naturel n tel que $u_n = 0$.

2. On considère la suite v définie par récurrence par $v_0 = 65$ et pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = 0,8v_n + 18$.

a. Calculer v_1 et v_2.

b. Déterminer avec la calculatrice des valeurs approchées de v_{10} et v_{20}. Quelle conjecture peut-on faire sur les valeurs de v_n lorsque n devient de plus en plus grand.

Exercice 2

On considère la suite $(v_n)_{n\geqslant 0}$ définie pour tout entier $n \geqslant 0$ par :

$$\begin{cases} v_0 = 1 \\ \text{pour tout entier } n \geqslant 0 \ v_{n+1} = -3v_n + 2n^2 - n \end{cases}$$

1. Calculer v_1 et v_2.

2. Avec la calculatrice, déterminer la valeur exacte de v_{10}.

3. Compléter la fonction Python ci-dessous pour quelle renvoie la liste des $n+1$ premiers termes de $(v_n)_{n\geqslant 0}$, de v_0 à v_n.

```python
def liste_termes(n):
    v = 1
    liste = [v]
    for k in range(0, n):
        v = .....................
        liste = liste + .........
    return liste
```

Exercice 3

Afin de conserver au fil des années un parc en bon état, un loueur de vélos se sépare chaque hiver de 20 % de son stock et achète ensuite 35 nouveaux vélos.

On modélise la situation par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n représente le nombre de vélos présents dans le stock de ce loueur au 1er juillet de l'année $(2018 + n)$.

Au 1er juillet 2018, le loueur possède 150 vélos, ainsi $u_0 = 150$.

1. **a.** Déterminer le nombre de vélos dans le stock du loueur au 1er juillet 2019.
   b. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0,8u_n + 35$.
2. On a calculé les premiers termes de cette suite à l'aide d'un tableur.
   Une copie d'écran est donnée ci-dessous :

	A	B
1	rang n	terme u_n
2	0	150
3	1	155
4	2	159
5	3	162,2

   a. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B3 pour obtenir, par copie vers le bas, les termes successifs de la suite (u_n) ?
   b. Pour les termes de rang 36, 37, 38, 39 et 40, on obtient les résultats suivants (arrondis au millième) :

38	36	174,992
39	37	174,994
40	38	174,995
41	39	174,996
42	40	174,997

   Quelle conjecture peut-on faire sur l'évolution du nombre de vélos présents dans le stock du loueur s'il poursuit son activité jusqu'à sa retraite ...
   c. Compléter le programme Python ci-dessous pour qu'il renvoie le nombre d'années au bout duquel le nombre de vélos dans le stock dépassera 170.

```
def seuil():
    u = 150
    n = 0
    while u ..... 170:
        u = .........
        n = .........
    return n
```

Exercice 4

On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + 10^{-n} \text{ pour tout entier } n \geqslant 1 \end{cases}$

1. Déterminer les valeurs décimales exactes de u_1 et u_2.
2. Soit n un entier supérieur ou égal à 2, exprimer en fonction de n les valeurs de $u_n - u_{n-1}$ et $u_{n-1} - u_{n-2}$.
   En déduire l'expression de $u_n - u_{n-2}$ en fonction de n.
3. Soit n un entier supérieur ou égal à 3, exprimer en fonction de n la valeur de $u_{n-2} - u_{n-3}$.
   En déduire que $u_n - u_{n-3} = 10^{-n} + 10^{-(n-1)} + 10^{-(n-2)}$.
4. Soit n un entier naturel, justifier que $u_n - u_0 = 10^{-n} + 10^{-(n-1)} + \ldots + 10^{-k} + \ldots + 10^{-1}$
   En déduire l'écriture décimale de u_n.