Exercice 1

Un livreur doit pousser un chariot lourdement chargé depuis le camion de livraison jusqu'à l'entrée d'un magasin. Le parcours inclut une légère montée sur une distance de 30 mètres. Pour maintenir le chariot sur le chemin, le livreur applique une force constante. En raison de la montée, cette force fait un angle de 25° avec la direction de la montée.

Le travail W d'une force $\vec{F}$ sur un déplacement $\vec{d}$ est donné par la formule :

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = ||\vec{F}|| \times ||\vec{d}|| \times \cos(\theta)$$

où θ est l'angle entre la force et la direction du déplacement. Le produit scalaire ici, $\vec{F} \cdot \vec{d}$, représente l'interaction de deux vecteurs et leur contribution mutuelle dans une direction spécifique. Le travail est mesuré en Joules (J), où 1 Joule est équivalent au travail réalisé par une force de 1 Newton agissant sur un objet et le déplaçant de 1 mètre dans la direction de la force.

1. Calculer le travail réalisé par le livreur pour pousser le chariot jusqu'à l'entrée du magasin. La force appliquée par le livreur est de 200 Newtons.
2. Si l'angle était de 0°, c'est-à-dire que la force était appliquée dans la même direction que le déplacement, quel aurait été le travail réalisé par le livreur ? Comment cela se compare-t-il au résultat de la première question ?

Exercice 2

Dans chaque question on se place dans un repère orthonormé.

1. On considère les points $A(2;-1)$, $B(5;2)$ et $C(8;-1)$.

   Démontrer que les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.
2. On considère les points $E(5;3)$, $F(9;6)$ et $G\left(\frac{14-3\sqrt{3}}{2};\frac{9+4\sqrt{3}}{2}\right)$.

   a. Calculer les normes des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$.

   b. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EG}$.

   c. Démontrer que l'angle $\widehat{FEG}$ mesure $\frac{\pi}{3}$ radians.

   d. Quelle est la nature du triangle EFG.

Exercice 3

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(5;-1)$, $B(3;2)$ et $C(1;-3)$.

1. Calculer les longueurs BA et AC.
2. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
3. En déduire une mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{BAC}$.

Exercice 4

Les trois questions sont indépendantes.

1. On considère un triangle ABC tel que $CB = 4$, $BA = 3$, $AC = 2$. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$.

2. On considère un triangle ABC tel que : $CA = 5$, $BC = 6$, $AB = 5$. Calculer $\cos\left(\widehat{BCA}\right)$.

3. On considère un triangle ABC tel que : $AB = 6$, $BC = 7$, $CA = 7$.

   Soit H le pied de la hauteur issue de C. Calculer k tel que $\overrightarrow{AH} = k\overrightarrow{AB}$.

Exercice 5

Dans un repère orthonormal du plan on considère les points $A(2\,;4)$, $B(-3\,;2)$ et $C(-1\,;-3)$.

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle isocèle.

2. Soit le point $D(-3\,;-1)$. Démontrer que les points A, B, C et D sont cocycliques.

Exercice 6

Soit $ABCD$ un carré et M et N les points tels que $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

1. Faire une figure.

2. En décomposant $\overrightarrow{DN}$ et $\overrightarrow{AM}$ à l'aide de la relation de Chasles, démontrer que les droites (DN) et (AM) sont perpendiculaires.

3. En prenant le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right)$, calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{DN}$ et $\overrightarrow{AM}$ et retrouver que les droites (DN) et (AM) sont perpendiculaires.

Exercice 7

Soit $ABCD$ un carré de côté 4, E le milieu de $[DC]$ et F le milieu de $[AD]$.

1. Démontrer que $BF = BE = \sqrt{20}$.

2. En décomposant $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF}$, démontrer que $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BF} = 16$.

3. Déduire des questions précédentes une mesure au degré près de l'angle $\widehat{EBF}$.