

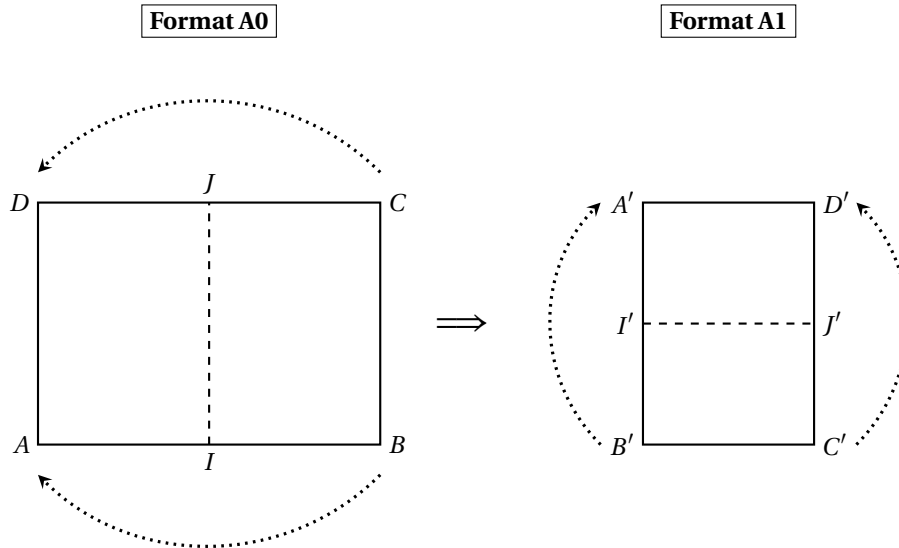
Le format de la feuille de cet énoncé est un format dit A4. Mais d'où vient cette dénomination ?

Une feuille au format A0 est un rectangle ABCD d'aire 1 m^2 avec $[AB]$ la longueur et $[BC]$ la largeur. On pose $AB = L_0$ et $BC = l_0$. On nomme k le rapport : $\frac{L_0}{l_0} = k$ (on a donc $k > 1$). Le nombre k n'est pas quelconque mais a la propriété suivante :

On appelle I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[CD]$.

Lorsqu'on plie la feuille ABCD de format A0 suivant la droite (IJ) (en superposant A et B ainsi que C et D, comme indiqué sur le dessin), on obtient une feuille au format A1, c'est-à-dire un rectangle $A'B'C'D'$ d'aire $0,5 \text{ m}^2$, de longueur notée L_1 et de largeur l_1 . Dans ces conditions $k = \frac{L_1}{l_1}$ et $L_1 = l_0$ et $l_1 = \frac{L_0}{2}$.

Une feuille A0 est ainsi un agrandissement d'une feuille A1.



1. Démontrer que $k = \sqrt{2}$.
2. Démontrer que, en mètres, on a $L_0 = \sqrt{\sqrt{2}}$ et $l_0 = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}}}$.

On recommence le même procédé en pliant la feuille de format A1 pour obtenir une feuille de format A2. En répétant encore le procédé on obtient ainsi une feuille de format A3, puis de format A4 ... puis de format An ...

Pour tout entier $n \geq 0$, on note pour une feuille de format An :

- L_n sa longueur (plus grand côté)
- l_n sa largeur (plus petit côté)
- a_n son aire

Ainsi, L_0 et l_0 sont les valeurs calculées dans la question 2. et $a_0 = 1$.

3. Soit n un entier naturel :
 - a. établir des relations de récurrences pour exprimer L_{n+1} et l_{n+1} en fonction de L_n et l_n ;
 - b. établir une relation de récurrence entre a_{n+1} et a_n .
4. Calculer la valeur exacte de a_4 , l'aire exacte, en cm^2 , d'une feuille au format A4.
5. Déterminer les valeurs exactes des dimensions, L_4 et l_4 en cm , des côtés d'une feuille au format A4 puis donner des valeurs approchées au dixième.
6. On veut écrire une fonction dimensions telle que dimensions() renvoie la liste valeurs de la longueur L_n et la liste des valeurs successives de la largeur l_n pour tous les formats An avec $0 \leq n \leq 10$.

```
>>> dimensions()
([0.8408964152537146, 0.5946035575013605, 0.4204482076268573, 0.29730177875068026,
 0.21022410381342865, 0.14865088937534013,
 0.10511205190671433, 0.07432544468767006, 0.05255602595335716, 0.03716272234383503,
 0.02627801297667858],

 [1.189207115002721, 0.8408964152537146, 0.5946035575013605, 0.4204482076268573,
 0.29730177875068026, 0.21022410381342865,
 0.14865088937534013, 0.10511205190671433, 0.07432544468767006, 0.05255602595335716,
 0.03716272234383503])
```

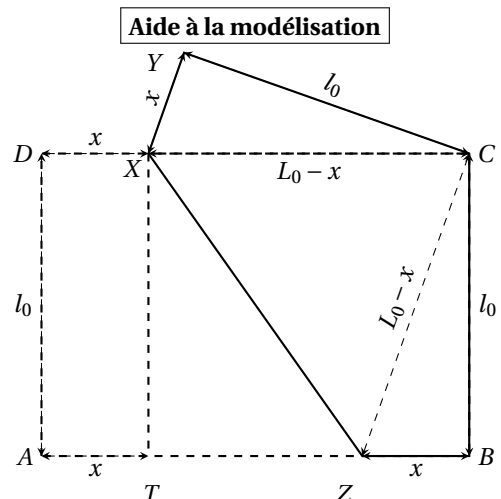
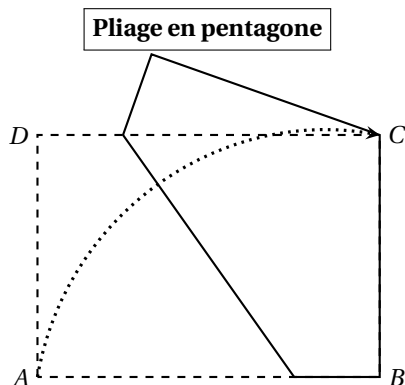
a. Compléter le squelette de code ci-dessous :

```
from math import sqrt # sqrt est la fonction racine carree en Python

def dimensions():
    longueur = sqrt(sqrt(2))
    largeur = 1 / sqrt(sqrt(2))
    lis_long = [longueur]
    lis_larg = [largeur]
    for k in range(1, ...):
        tmp = ...
        largeur = ...
        longueur = tmp
        lis_long.append(...)
        lis_larg.append(...)
    return lis_larg, lis_long
```

b. Quel est le rôle de la variable tmp ?

7. Si l'on plie une feuille A0 en superposant deux de ses sommets diagonalement opposés, à savoir A et C, on obtient un pentagone ayant un axe de symétrie.



Calculer, en cm^2 , l'aire exacte du pentagone obtenu.