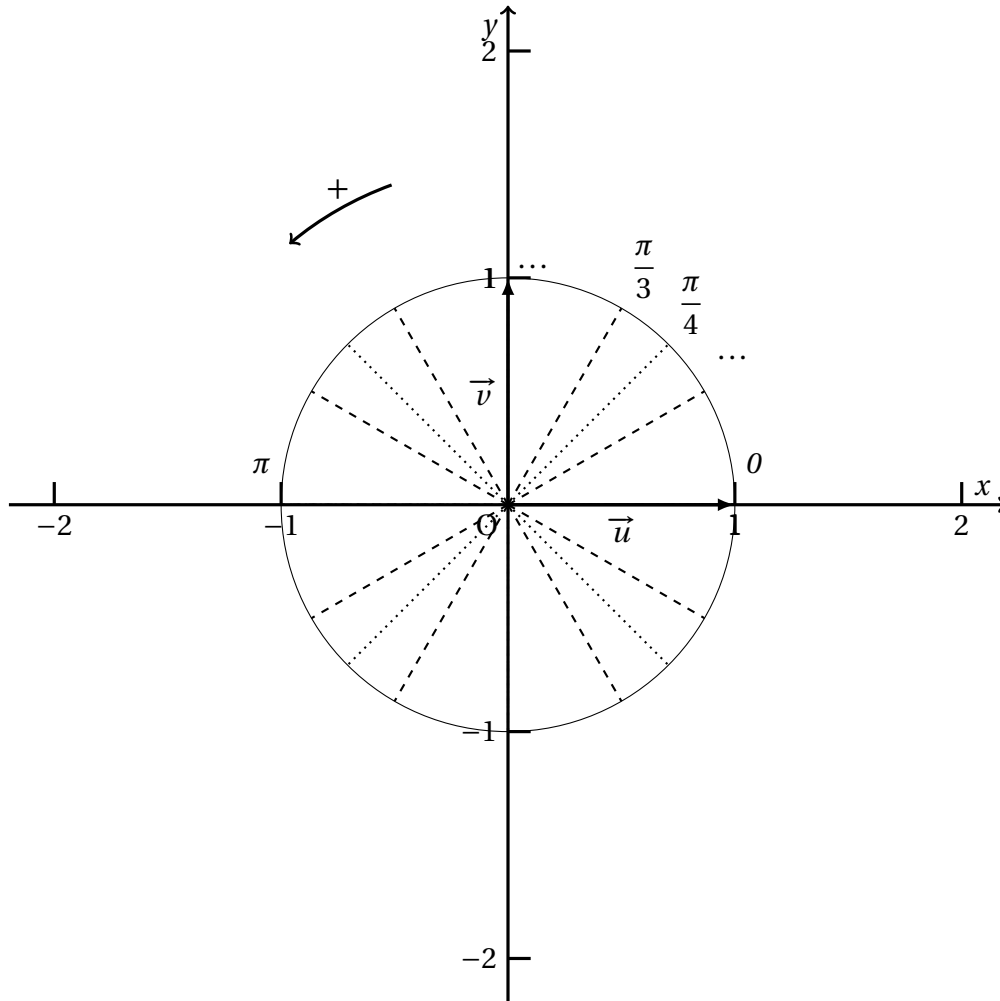


Exercice 1 Repérage sur le cercle trigonométrique

On a représenté ci-dessous un cercle trigonométrique.



1. Représenter sur le cercle :

a. Le point image A du réel $-\frac{17\pi}{6}$;

b. Le point image B du réel $\frac{35\pi}{2}$.

2. Résoudre dans $[-\pi; \pi]$ à l'aide du cercle trigonométrique :

a. l'équation $\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;

d. l'inéquation $\cos(x) \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$;

b. l'équation $\cos(x) = \frac{1}{2}$;

e. l'inéquation $\cos(x) \geq \frac{1}{2}$;

c. l'équation $\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

f. l'inéquation $\sin(x) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. Soit la fonction g définie sur $[-\pi; \pi]$ par :

$$g(x) = 4\cos^2(x) - 2(1 - \sqrt{2})\cos(x) - \sqrt{2}$$

a. Démontrer que pour tout réel $x \in [-\pi; \pi]$, on a :

$$g(x) = 4 \left(\cos(x) - \frac{1}{2} \right) \left(\cos(x) + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

b. Dédire des questions précédentes, l'étude du signe de g sur l'intervalle $[-\pi; \pi]$.

Exercice 2 Fonction trigonométrique

On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 3 + 2 \cos(x)$.

1.
 - a. Soit x un réel, donner un encadrement de $\cos(x)$.
 - b. En déduire que pour tout réel x , on a $g(x) > 0$.
2.
 - a. Démontrer que la fonction g est paire et périodique de période 2π .
 - b. Compléter ci-dessous le tracé de la courbe de g sur l'intervalle $[-\pi; 3\pi]$.
Quelles transformations géométriques avez-vous utilisé pour la construction?
3. À l'aide du cercle trigonométrique (voir exercice 1), résoudre dans l'intervalle $[0; \pi]$ l'équation $g(x) = 2$.
4. On considère la fonction d définie sur \mathbb{R} par $d(x) = g(x) - x$.
 - a. Représenter graphiquement les courbes d'équations $y = g(x)$ et $y = x$ sur l'intervalle $[0; \pi]$.
 - b. Par lecture graphique, conjecturer le sens de variation de la fonction d sur l'intervalle $[0; \pi]$.
 - c. On admet que l'équation $d(x) = 0$ possède une unique solution α dans l'intervalle $[0; 3]$.
 - d. Compléter la fonction `recherche_dicho(epsilon)` pour qu'elle renvoie un encadrement de α d'amplitude inférieure ou égale à ϵ obtenu par dichotomie.

```

from math import sin

def d(x):
    return 3 + 2 * cos(x) - x

def recherche_dicho(epsilon):
    a = 0
    b = 3
    while b - a > epsilon:
        m = (a + b) / 2
        if d(m) < 0:
            b = m
        else:
            a = m
    return [a, b]

```

