

Exercice 1

Maya possède 20 € dans sa tirelire au 1^{er} juin 2018.

À partir de cette date, chaque mois elle dépense un quart du contenu de sa tirelire puis y place 20 € supplémentaires.

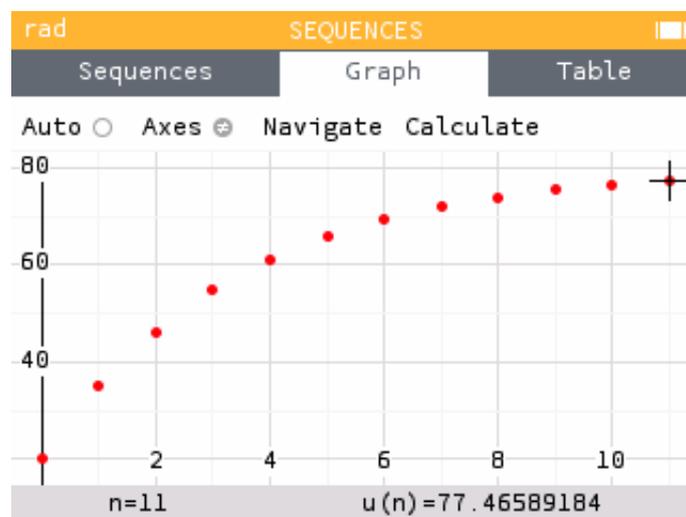
Pour tout entier naturel n , on note u_n la somme d'argent contenue dans la tirelire de Maya à la fin du n -ième mois. On a $u_0 = 20$.

1. Vérifier que la somme d'argent contenue dans la tirelire de Maya à la fin du 1^{er} mois est de 35 €.
2. Avec le mode suite de la calculatrice, calculer u_9 au centime près. Interpréter le résultat.
3. On admet que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,75u_n + 20$.

Compléter la fonction Python ci-dessous pour qu'elle renvoie le nombre de mois que Maya doit attendre avant d'avoir plus de 70 euros dans sa tirelire.

```
def seuil():  
    u = 20  
    n = 0  
    while ..... :  
        u = .....  
        n = .....  
    return n
```

4. Pour tout entier n , on pose $v_n = u_n - 80$.
 - a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75.
 - b. Préciser son premier terme v_0 .
 - c. En déduire que, pour tout entier naturel n , on a $u_n = 80 - 60 \times 0,75^n$.
 - d. On a représenté ci-dessous un nuage de points des premiers termes de la suite (u_n) . Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) . Justifier.
 - e. Conjecturer la limite de la suite (u_n) et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.



Exercice 2

Soit $(v_n)_{n \geq 0}$ une suite arithmétique telle que $v_5 = -10$, $v_7 = -18$ et $v_{100} = -390$.

1. Calculer la somme de termes consécutifs : $\sum_{k=5}^{100} v_k = v_5 + v_6 + \dots + v_{100}$.
2. Calculer la raison r de la suite $(v_n)_{n \geq 0}$.
3. Soit n un entier naturel tel que $n \geq 0$, justifier que $v_n = 10 - 4n$.
4. Pour tout entier naturel $n \geq 1$, on note $S_n = \sum_{k=1}^n v_k = v_1 + \dots + v_n$.
 - a. Démontrer que pour tout entier naturel $n \geq 1$, on a : $S_n = -2n^2 + 8n$.
 - b. Déterminer le plus petit entier $n \geq 1$ tel que $S_n \leq -4600$. Expliquer la démarche.