Exercice 1

1. Soit la fonction f définie et dérivable sur $\left]-\frac{1}{3}\,;+\infty\right[$ telle que $f(x)=\sqrt{3x+1}$.

Pour tout réel x, $f'(x)$ est égale à :

Réponse A : $f'(x)=3\times\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ **Réponse B :** $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{3x+1}}$

Réponse C : $f'(x)=\dfrac{3}{2\sqrt{3x+1}}$ **Réponse D :** $f'(x)=3\sqrt{3x+1}$

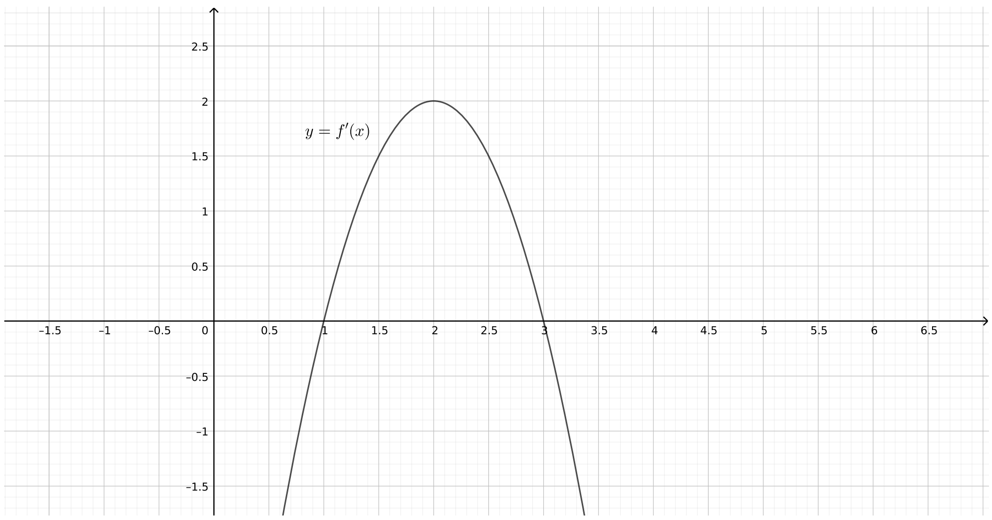
2. Soit g la fonction définie et dérivable sur $\left]-\infty\,;\frac{1}{3}\right[$ telle que $g(x)=x-1+\dfrac{1}{1-3x}$.

Pour tout réel $x<\frac{1}{3}$, $g'(x)$ est égale à :

Réponse A : $1-\dfrac{3}{(1-3x)^2}$ **Réponse B :** $1+\dfrac{3}{1-3x}$

Réponse C : $1+\dfrac{3}{(1-3x)^2}$ **Réponse D :** $1-\dfrac{1}{(1-3x)^2}$

3. On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont on donne ci-dessous une partie de la courbe de sa fonction dérivée f' :



Parmi les tableaux de variations ci-dessous déterminer celui qui représente la fonction f :

Tableau 1

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

Tableau 2

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Tableau 3

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Tableau 4

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Réponse A : **Tableau 1**

Réponse B : **Tableau 2**

Réponse C : **Tableau 3**

Réponse D : **Tableau 4**

Exercice 2

On considère les fonction f définies et dérivables sur $\left]\frac{1}{4}\,;+\infty\right[$ telles que pour tout réel $x > \frac{1}{4}$, on a :

$$f(x) = \sqrt{4x-1} \text{ et } g(x) = (x-1)\sqrt{4x-1}$$

1. Démontrer que pour tout réel $x > \frac{1}{4}$, on a : $f'(x) = \dfrac{2}{\sqrt{4x-1}}$.

2. **a.** Démontrer que pour tout réel $x > \frac{1}{4}$, on a $g'(x) = \dfrac{6x-3}{\sqrt{4x-1}}$.

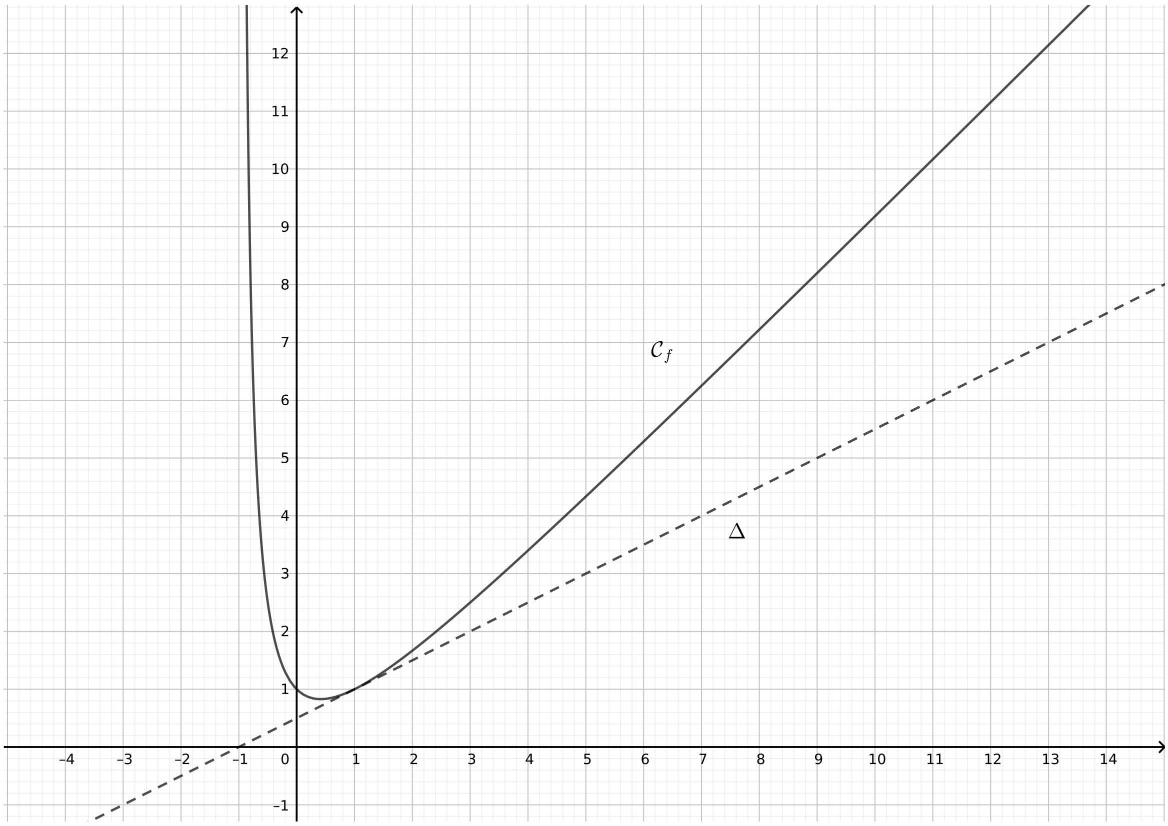
b. En déduire l'étude des variations de la fonction g sur l'intervalle $\left]\frac{1}{4}\,;+\infty\right[$.

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $]-1\,;+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x^2+1}{x+1}$$

On donne une représentation de la courbe $\mathscr{C}_f$ de f dans un repère orthonormé du plan.



On admet que f est dérivable sur $]-1\,;+\infty[$.

1. Démontrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]-1\,;+\infty[$, on a :

$$f'(x) = \frac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}$$

2. **a.** Déterminer le signe du trinôme x^2+2x-1 sur l'intervalle $]-1\,;+\infty[$.

b. Déterminer les variations de f sur l'intervalle $]-1\,;+\infty[$.

3. **a.** Déterminer une équation de la tangente Δ à la courbe $\mathscr{C}_f$ de f au point d'abscisse 1.

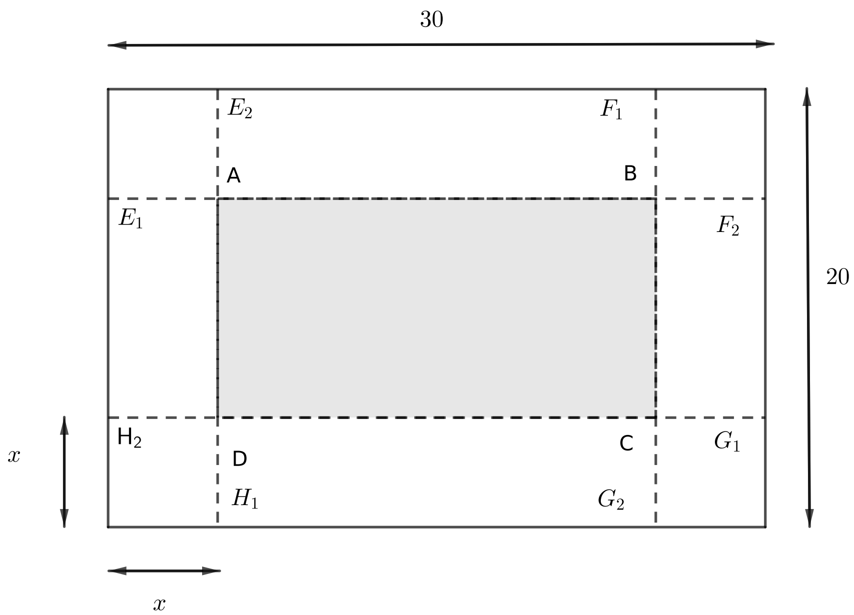
b. Démontrer que pour tout réel x appartenant à $]-1\,;+\infty[$, on a :

$$f(x) - \frac{x+1}{2} = \frac{(x-1)^2}{2(x+1)}$$

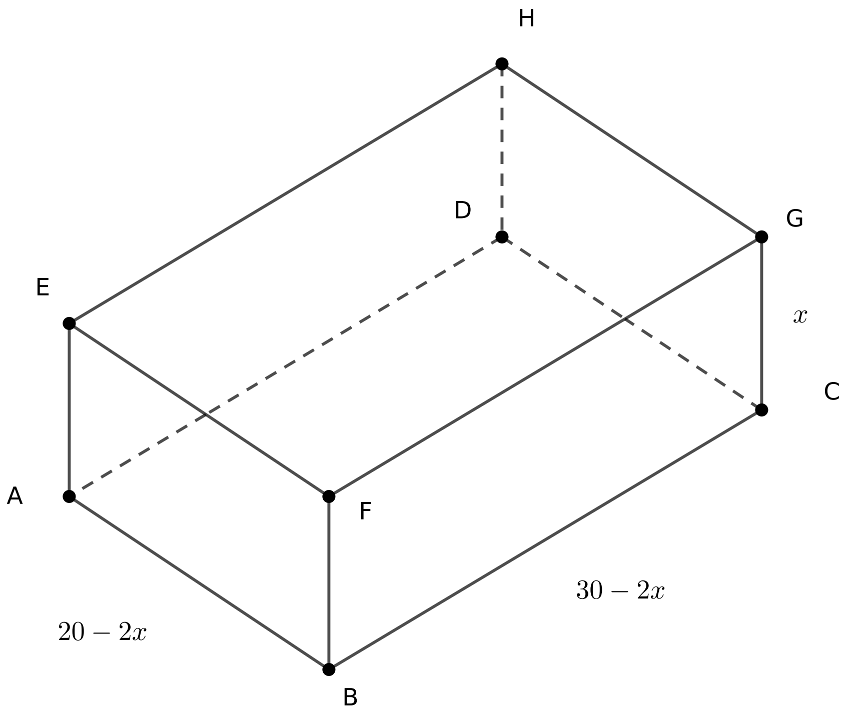
c. Étudier les positions relatives de la tangente Δ et de la courbe $\mathscr{C}_f$ sur l'intervalle $]-1\,;+\infty[$.

Exercice 4

On écorne les quatre coins d'un rectangle de carton de 30 cm sur 20 cm, en découpant quatre carrés de côté x. On obtient le patron d'une boîte rectangulaire.



En relevant perpendiculairement à la base rectangulaire $ABCD$, les quatre rectangles latéraux, on obtient un prisme $ABCDEFGH$.



1. Justifier que x varie dans l'intervalle $[0; 10]$.
2. Démontrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0; 10]$, le volume en centimètres cubes du prisme $ABCDEFGH$ est donné par :

$$V(x) = 4x^3 - 100x^2 + 600x$$

3. V est dérivable comme somme de fonctions dérivables sur $[0; 10]$.

   Étudier les variations de la fonction V sur l'intervalle $[0; 10]$.
4. Donner une valeur approchée au millimètres près de la valeur de x pour laquelle le volume $V(x)$ est maximal.