

## Exercice 1

On considère la suite  $(v_n)_{n \geq 0}$  définie pour tout entier  $n \geq 0$  par :

$$\begin{cases} v_0 = 1 \\ \text{pour tout entier } n \geq 0 \quad v_{n+1} = -3v_n + 2n^2 - n \end{cases}$$

1. Calculer  $v_1$  et  $v_2$ .
2. Avec la calculatrice, déterminer la valeur exacte de  $v_{10}$ .
3. Compléter la fonction Python ci-dessous pour quelle renvoie la liste des  $n+1$  premiers termes de  $(v_n)_{n \geq 0}$ , de  $v_0$  à  $v_n$ .

```
def liste_termes(n):  
    v = 1  
    liste = [v]  
    for k in range(0, n):  
        v = .....  
        liste = liste + .....  
    return liste
```

## Exercice 2

Afin de conserver au fil des années un parc en bon état, un loueur de vélos se sépare chaque hiver de 20 % de son stock et achète ensuite 35 nouveaux vélos.

On modélise la situation par une suite  $(u_n)$  où, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n$  représente le nombre de vélos présents dans le stock de ce loueur au 1<sup>er</sup> juillet de l'année  $(2018 + n)$ .

Au 1<sup>er</sup> juillet 2018, le loueur possède 150 vélos, ainsi  $u_0 = 150$ .

1.
  - a. Déterminer le nombre de vélos dans le stock du loueur au 1<sup>er</sup> juillet 2019.
  - b. Justifier que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $u_{n+1} = 0,8u_n + 35$ .
2. On a calculé les premiers termes de cette suite à l'aide d'un tableur.

Une copie d'écran est donnée ci-dessous :

	A	B
1	rang $n$	terme $u_n$
2	0	150
3	1	155
4	2	159
5	3	162,2

- a. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B3 pour obtenir, par copie vers le bas, les termes successifs de la suite  $(u_n)$  ?

b. Pour les termes de rang 36, 37, 38, 39 et 40, on obtient les résultats suivants (arrondis au millième) :

38	36	174,992
39	37	174,994
40	38	174,995
41	39	174,996
42	40	174,997

Quelle conjecture peut-on faire sur l'évolution du nombre de vélos présents dans le stock du loueur s'il poursuit son activité jusqu'à sa retraite ...

c. Compléter le programme Python ci-dessous pour qu'il renvoie le nombre d'années au bout duquel le nombre de vélos dans le stock dépassera 170.

```
def seuil():
    u = 150
    n = 0
    while u ..... 170:
        u = .....
        n = .....
    return n
```

### Exercice 3

On considère la suite  $(u_n)$  définie par 
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + 10^{-n} \text{ pour tout entier } n \geq 1 \end{cases}$$

1. Déterminer les valeurs décimales exactes de  $u_1$  et  $u_2$ .
2. Soit  $n$  un entier supérieur ou égal à 2, exprimer en fonction de  $n$  les valeurs de  $u_n - u_{n-1}$  et  $u_{n-1} - u_{n-2}$ .  
En déduire l'expression de  $u_n - u_{n-2}$  en fonction de  $n$ .
3. Soit  $n$  un entier supérieur ou égal à 3, exprimer en fonction de  $n$  la valeur de  $u_{n-2} - u_{n-3}$ .  
En déduire que  $u_n - u_{n-3} = 10^{-n} + 10^{-(n-1)} + 10^{-(n-2)}$ .
4. Soit  $n$  un entier naturel, justifier que  $u_n - u_0 = 10^{-n} + 10^{-(n-1)} + \dots + 10^{-k} + \dots + 10^{-1}$   
En déduire l'écriture décimale de  $u_n$ .