Calcul du rayon R de la Terre. par la méthode d'Ératosthène

Traiter les deux questions de l'exercice **Histoire 2** page 8 du cours de Trigonométrie.

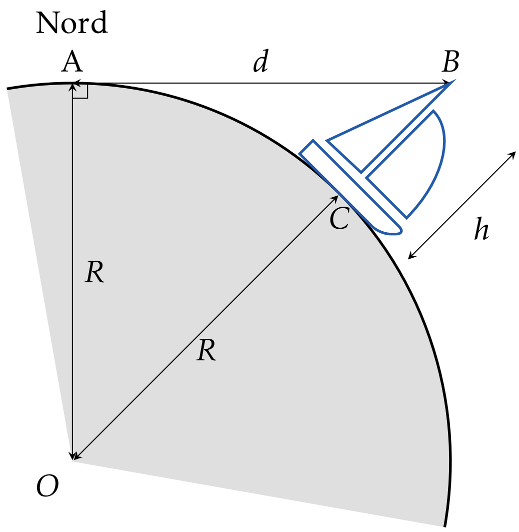


Figure 1

Une autre méthode de calcul du rayon R de la Terre.

1. Un observateur se trouve sur le rivage en A et voit s'éloigner vers le sud un bateau dont on connait la hauteur h émergée (comme sur la figure 1, qui n'est pas à l'échelle). Du fait de la rotondité de la Terre, le bâtiment disparait totalement de l'horizon, une fois éloigné de la côte de la distance $d = AB$ à vol d'oiseau.

   On néglige la taille de l'observateur de telle sorte que $OA = R$.

   On suppose connue la distance d. On rappelle que la ligne d'horizon (AB) est tangente à la Terre en A.

   Trouver une relation entre R, d et h.

2. Justifier que $\dfrac{h}{R}$ est très petit.

3. En déduire que $R \approx \dfrac{d^2}{2h}$.

4. Application numérique : pour $h = 20\,\text{m}$ et $d = 16\,\text{km}$, donner une valeur approchée au km près du rayon R de la Terre.

5. En quoi ce raisonnement est-il affecté si le bateau ne s'éloigne pas vers le sud mais vers le nord ?

Calcul de la distance d

Méthode

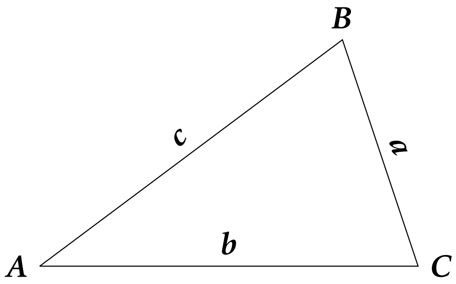
La triangulation plane consiste à déduire une mesure de longueur d'un côté de triangle à partir de mesures d'angles et d'une autre mesure de longueur.
Pour un triangle ABC, on note $BC = a$, $AC = b$ et $AB = c$.
On pourra dans cette question utiliser les résultats suivants :

- la somme des angles d'un triangle plan :

$$\boxed{\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°}$$

- la *loi des sinus* :

$$\frac{\sin \widehat{A}}{a} = \frac{\sin \widehat{B}}{b} = \frac{\sin \widehat{C}}{c}$$



On mesure en pratique $d = AB$ (dans la première partie, on l'a supposée donnée) par triangulation comme sur le schéma ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle).

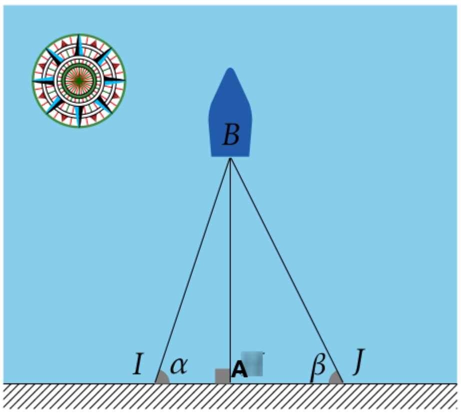


FIGURE 2

L'écart entre les deux points de repère I et J situés sur la berge (appelés *amers*) est connu et les deux angles α et β sont relevés à l'aide d'instruments de navigation.

6. Démontrer l'égalité suivante : $d = \dfrac{IJ \sin(\alpha)\sin(\beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$.

7. Retrouver la valeur donnée pour d dans la première partie sachant que $IJ = 1\,\text{km}$, $\alpha = 88°$ et $\beta = 88{,}42°$.