Exercice 1 *Suite récurrente*

On considère la suite $(w_n)_{n\geqslant 0}$ définie par :

$$\begin{cases} w_0 = 200 \\ w_{n+1} = \dfrac{1}{2}w_n + 10 \text{ pour tout entier } n \geqslant 0 \end{cases}$$

1. Détailler le calcul de w_2.

$w_1 = \dfrac{1}{2}w_0 + 10 = 110$ et $w_2 = \dfrac{1}{2}w_1 + 10 = 55 + 10 = 65$

2. Donner une valeur décimale approchée à 10^{-3} près de w_{50} obtenue avec le mode suite de la calculatrice.

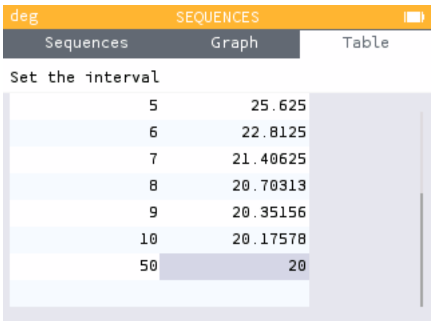
On trouve $w_{50} \approx 20$.

3. Compléter la fonction Python pour que `seuil(s)` renvoie le plus petit entier n tel que $w_n < s$.

```python
def seuil(s):
    w = 200
    n = 0
    while w >= s :
        n = n + 1
        w =0.5 * w + 10
    return n
```

D'après-vous est-ce que `seuil(10)` va se terminer?

Non car on peut conjecturer que la suite converge vers 20 en étant décroissante.



4. On admet que pour tout entier $n \geqslant 0$, $w_n = 20 + 180 \times \dfrac{1}{2^n}$.

Compléter la fonction Python ci-dessous pour qu'elle renvoie la liste des $n+1$ premiers termes de la suite $(w_n)_{n\geqslant 0}$, de w_0 à w_n.

```python
def liste_termes(n):
    w = 200
    lis = [w]
    for k in range(1, n + 1):
        lis.append(20 + 180 * 0.5 ** k)
    return lis
```

Exercice 2 *Suite arithmétique*

Soit $(u_n)_{n\geqslant 1}$ une suite arithmétique de raison 4 et telle que $u_5 = 30$.

1. Calculer u_{10}.

   $u_{10} = u_5 + (10-5)\times 4 = 30 + 20 = 50$

2. Soit un entier $n \geqslant 1$, exprimer u_n en fonction de n.

   $u_n = u_5 + (n-5)\times 4 = 30 + 4(n-5) = 10 + 4n$

3. Soit un entier $n \geqslant 1$, exprimer la somme de termes consécutifs $\sum_{k=1}^{n} u_k = u_1 + u_2 + \ldots + u_{n-1} + u_n$ en fonction de n.

   $u_1 = u_5 + (1-5)\times 4 = 30 - 16 = 14$.

   $\sum_{k=1}^{n} u_k = n \times \dfrac{u_1 + u_n}{2} = n \times \dfrac{14 + 10 + 4n}{2} = n(12 + 2n)$

Exercice 3 *Suite géométrique*

Soit $(v_n)_{n\geqslant 0}$ une suite géométrique de raison $0,25$ telle que $v_4 = 10$.

1. Calculer la valeur exacte de v_1.

   $v_1 = v_4 \times 0,25^{1-4} = 10 \times 0,25^{-3} = 10 \times 4^3 = 640$

2. Soit un entier $n \geqslant 0$, exprimer v_n en fonction de n.

   $v_n = v_1 \times 0,25^{n-1} = 640 \times 0,25^{n-1}$

3. Soit un entier $n \geqslant 1$, exprimer la somme de termes consécutifs $\sum_{k=0}^{n} v_k = v_0 + v_2 + \ldots + v_{n-1} + v_n$ en fonction de n.

   $v_0 = v_1 \times 0,25^{0-1} = 4v_1 = 2560$.

   $\sum_{k=0}^{n} v_k = v_0 + v_1 + \ldots + v_{n-1} + v_n = v_0 \times \dfrac{1 - 0,25^{n+1}}{1 - 0,25} = 2560\dfrac{4}{3}(1 - 0,25^{n+1}) = \dfrac{10240}{3}(1 - 0,25^{n+1})$