

1 Partie A

Dans un repère orthonormal du plan (O, \vec{i}, \vec{j}) on considère les points A et B de coordonnées :

$$A(3; 0) \quad B(0; 4)$$

1. Faire une figure.
2. Calculer la longueur AB .
3. Représenter sur la figure, la droite Δ d'équation $y = \frac{3}{4}x$.
4. Soit $M\left(x; \frac{3}{4}x\right)$ un point de la droite Δ tel que $x \geq 0$. On appelle H le projeté orthogonal de M sur (OA) et K le projeté orthogonal de M sur (OB) .
 - a. Représenter sur la figure les points M , H et K pour $x = 2$.
 - b. Démontrer que le rapport des aires des triangles OMB et OMA est égal à $\frac{OB^2}{OA^2} = \frac{16}{9}$.
5.
 - a. Déterminer une équation de la droite (AB) .
 - b. Calculer les coordonnées du point C intersection des droites Δ et (AB) .
6. Pour la suite de l'exercice, on admet que le point C a pour coordonnées $C(1,92; 1,44)$.
 - a. Démontrer que les droites $(OC) = \Delta$ et (AB) sont perpendiculaires.
 - b. Soit x un réel et $M\left(x; \frac{3}{4}x\right)$ un point de la droite Δ .
Vérifier que $CM^2 = 1,92^2 + 1,44^2 - 6x + \frac{25}{16}x^2$.
 - c. Déterminer les coordonnées du point E de la droite Δ tel que si on note x son abscisse alors :

$$CE = \frac{5}{4}x$$

7. Pour la suite de l'exercice, on admet que le point E a pour coordonnées $E(0,96; 0,72)$.
 - a. Dans le triangle EAB , quel est le pied de la hauteur issue de E ?
 - b. Démontrer que le rapport des aires des triangles OEB et EAB est égal à $\frac{AB^2}{OB^2} = \frac{25}{16}$.

2 Partie B

Trois propriétaires P_1 , P_2 et P_3 disposent chacun d'une parcelle de terrain carrée jouxtant un lac triangulaire RST rectangle en R tel que $RS = 300$ mètres et $RT = 400$ mètres.

Ils décident de délimiter leurs *eaux territoriales* en plaçant une bouée U dans le lac de telle sorte que les mesures des surfaces des triangles RUS , RUT et UST soient proportionnelles aux aires des parcelles adjacentes (carrés de côtés RS , RT et ST).

Comment faut-il placer la bouée dans le lac? Expliquer. On pourra faire un schéma.