Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.
Énoncé et correction générées par https://coopmaths.fr/mathalea.html

1. $-x^2+x+6=0$
2. $-5x^2+10x-8=0$
3. $-x^2-21x-36=0$
4. $x^2+28x+48=0$
5. $x^2-10x+12=0$
6. $2x^2-4x+6=0$
7. $x^2-8x-12=0$
8. $4x^2+24x+38=0$
9. $x^2-6x-8=0$
10. $-5x^2+20x-25=0$

Exercice 2

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (Q. C. M.).
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses est exacte.

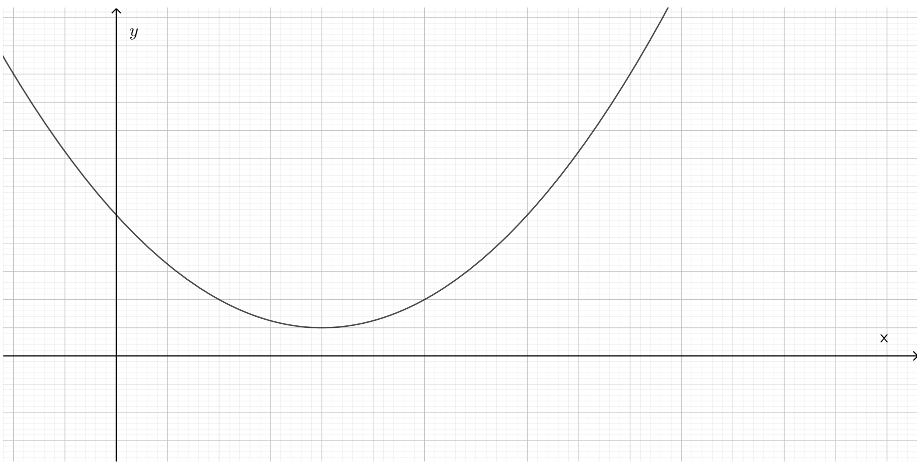
1. On considère le tableau de signes d'une fonction polynôme du second degré :

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Le forme développée de $f(x)$ peut être égale à :

a. $f(x)=-3(x+2)(x-1)$
b. $f(x)=3(x+2)(x-1)$
c. $f(x)=-3(x-2)(x+1)$
d. $f(x)=3(x-2)(x+1)$

2. On considère la parabole représentant une fonction polynôme du second degré $f : a \mapsto ax^2+bx+c$ dans un repère. On note Δ le discriminant de f.



a et Δ vérifient les conditions :

a. $a > 0$ et $\Delta > 0$ **b.** $a > 0$ et $\Delta < 0$ **c.** $a < 0$ et $\Delta > 0$ **d.** $a < 0$ et $\Delta < 0$

Exercice 3

1. Compléter la fonction `Python` ci-dessous pour qu'elle retourne les racines réelles d'une fonction polynôme du second degré $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$ avec a, b, c des coefficients réels et $a \neq 0$.

```
from math import sqrt

def racineTrinome(a, b, c):
    delta = .........
    if delta ...... 0:
        return ()            # pas de racines
    elif ......................:
        x0 = .................
        return (x0,)          #une racine double
    else:
        x1 = .................
        x2 = .................
        return (x1, x2)      #deux racines distinctes
```

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes d'inconnue x :

a. $1 + x = x^2$ | **b.** $(x-5)^2 = 9$ | **c.** $(3x+1)^2 = (4x-5)^2$

Exercice 4

On considère une fonction polynôme du second degré dont on donne le tableau de variations ci-dessous.

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	26	$\searrow$	2	$\nearrow$	$\dots$	$\nearrow$	

1. Déterminer le signe du coefficient a de x^2 dans l'expression développée de $f(x)$ où x est un réel. Justifier

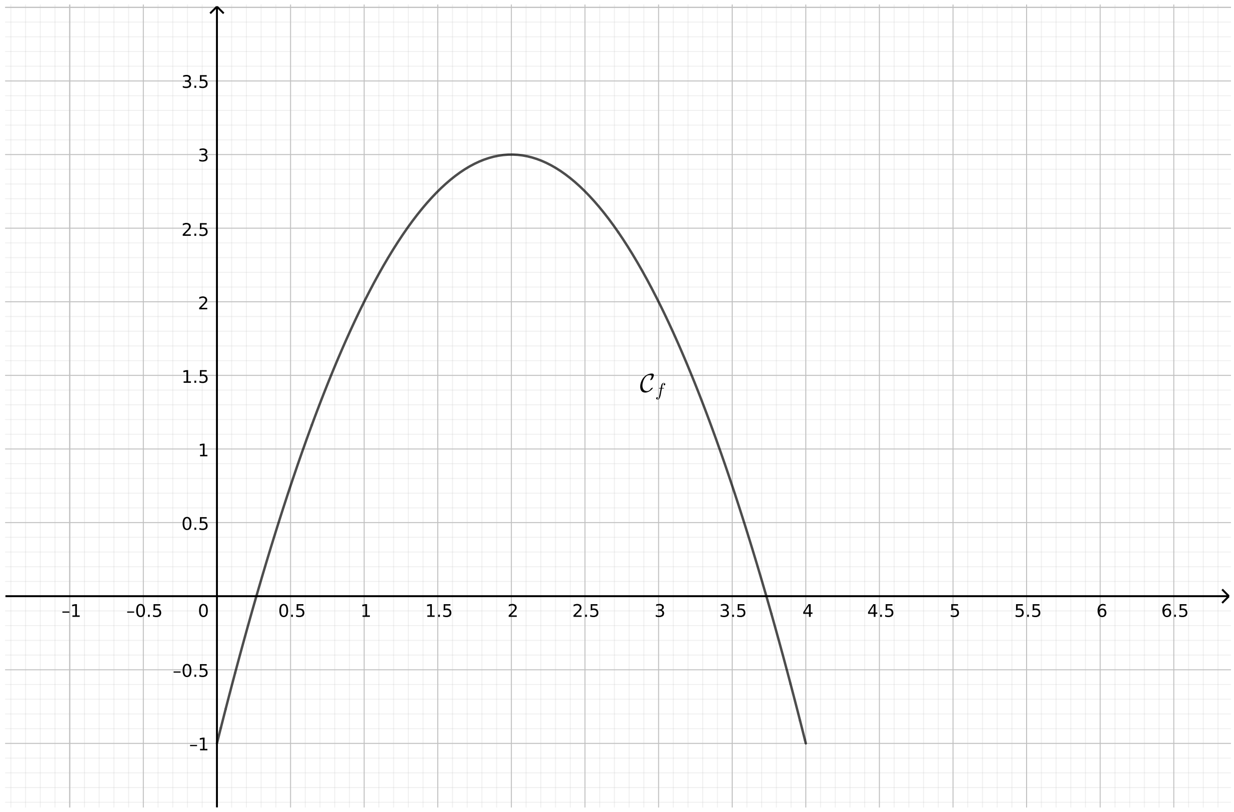
2. Déterminer le signe du discriminant Δ de la fonction f. Justifier.

3. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentant f dans un repère du plan.

4. Peut-on déterminer la valeur de $f(1)$ à partir des éléments donnés dans l'énoncé ? Justifier.

5. Soit x un réel, déterminer la forme canonique de $f(x)$. Justifier.

Exercice 5



On a représenté ci-dessus dans un repère, la courbe $\mathscr{C}_f$ de la fonction polynôme du second degré f définie sur l'intervalle $[0\,;4]$ par $f(x) = -x^2 + 4x - 1$.

1. Soit x un réel, déterminer une équation de l'axe de symétrie de $\mathscr{C}_f$.

2. Déterminer le tableau de variations de f.

3. **a.** Représenter dans le même repère la droite Δ d'équation $y = \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}x$.

b. Par lecture graphique, déterminer les coordonnées des points d'intersection de Δ et $\mathscr{C}_f$.

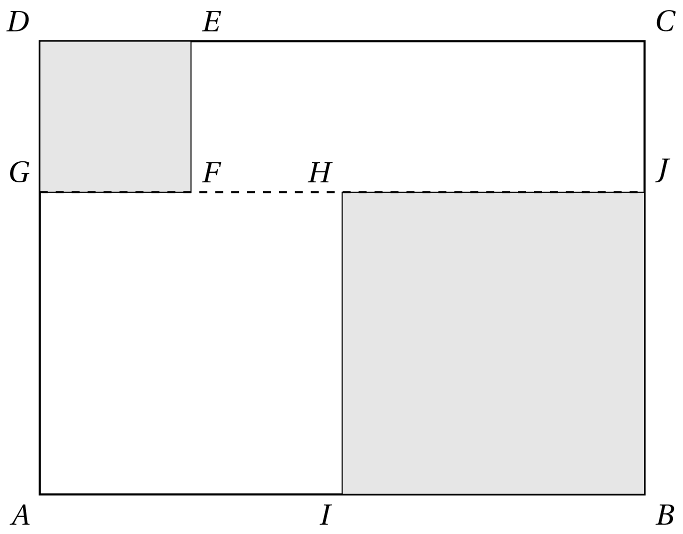
c. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de Δ et $\mathscr{C}_f$ en résolvant une équation.

Exercice 6

On considère un terrain rectangulaire $ABCD$ dont les côtés mesurent $AB = 8$ mètres et $AD = 6$ mètres.

On veut délimiter deux parterres de fleurs carrés dans deux coins opposés $DEFG$ et $IHJB$ tels que les points G, F, H et J soient alignés.

Déterminer la valeur de la longueur $DG = x$ pour laquelle l'aire du terrain restant (non grisé) soit maximale.

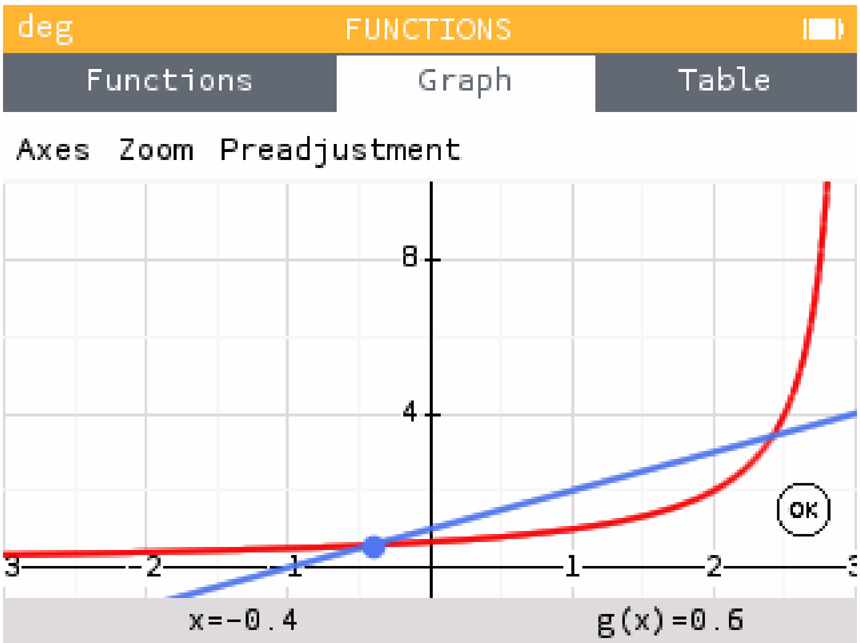


Exercice 7

On considère les fonctions f et g :

$$f : \begin{array}{ccc}]-\infty\,;3[& \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \dfrac{2}{3-x} \end{array} \qquad g : \begin{array}{ccc}]-\infty\,;3[& \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x+1 \end{array}$$

On a représenté ci-dessous une partie des courbes d'équations $y = f(x)$ et $y = g(x)$ avec la calculatrice.



1. Conjecturer l'ensemble des solutions de l'inéquation $g(x) \geqslant f(x)$ par lecture graphique.

2. Démontrer que pour tout réel $x < 3$, on a :

$$f(x) - g(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{3 - x}$$

3. Étudier sur l'intervalle $]-\infty\,;3[$, le signe du trinôme du $T : x \mapsto x^2 - 2x - 1$.

4. En déduire le signe de la fonction $f - g$ sur l'intervalle $]-\infty\,;3[$ puis les positions relatives des courbes de f et de g dans un même repère.

Correction 1

Énoncé et correction générées par https://coopmaths.fr/mathalea.html

1. $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) \times 6 = 25$

$\Delta > 0$ donc l'équation admet deux solutions :

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1 = \dfrac{-1-\sqrt{25}}{-2}$

$x_2 = \dfrac{-1+\sqrt{25}}{-2}$

L'ensemble des solutions de cette équation est :

$\mathscr{S} = \{-2; 3\}$.

2. $\Delta = 10^2 - 4 \times (-5) \times (-8) = -60$

$\Delta < 0$ donc l'équation n'admet pas de solution.

$\mathscr{S} = \emptyset$

3. $\Delta = (-21)^2 - 4 \times (-1) \times (-36) = 297$

$\Delta > 0$ donc l'équation admet deux solutions :

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1 = \dfrac{21-\sqrt{297}}{-2}$

$x_2 = \dfrac{21+\sqrt{297}}{-2}$

L'ensemble des solutions de cette équation est :

$\mathscr{S} = \left\{\dfrac{21-\sqrt{297}}{-2}; \dfrac{21+\sqrt{297}}{-2}\right\}$.

4. $\Delta = 28^2 - 4 \times 1 \times 48 = 592$

$\Delta > 0$ donc l'équation admet deux solutions :

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1 = \dfrac{-28-\sqrt{592}}{2}$

$x_2 = \dfrac{-28+\sqrt{592}}{2}$

L'ensemble des solutions de cette équation est :

$\mathscr{S} = \left\{\dfrac{-28-\sqrt{592}}{2}; \dfrac{-28+\sqrt{592}}{2}\right\}$.

5. $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 12 = 52$

$\Delta > 0$ donc l'équation admet deux solutions :

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1 = \dfrac{10-\sqrt{52}}{2}$

$x_2 = \dfrac{10+\sqrt{52}}{2}$

L'ensemble des solutions de cette équation est :

$$\mathscr{S} = \left\{ \frac{10-\sqrt{52}}{2} ; \frac{10+\sqrt{52}}{2} \right\}.$$

6. $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 2 \times 6 = -32$

$\Delta < 0$ donc l'équation n'admet pas de solution.

$\mathscr{S} = \emptyset$

7. $\Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times (-12) = 112$

$\Delta > 0$ donc l'équation admet deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{8-\sqrt{112}}{2}$$

$$x_2 = \frac{8+\sqrt{112}}{2}$$

L'ensemble des solutions de cette équation est :

$$\mathscr{S} = \left\{ \frac{8-\sqrt{112}}{2} ; \frac{8+\sqrt{112}}{2} \right\}.$$

8. $\Delta = 24^2 - 4 \times 4 \times 38 = -32$

$\Delta < 0$ donc l'équation n'admet pas de solution.

$\mathscr{S} = \emptyset$

9. $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times (-8) = 68$

$\Delta > 0$ donc l'équation admet deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{6-\sqrt{68}}{2}$$

$$x_2 = \frac{6+\sqrt{68}}{2}$$

L'ensemble des solutions de cette équation est :

$\mathscr{S} = \{-1 ; 4\}$.

10. $\Delta = 20^2 - 4 \times (-5) \times (-25) = -100$

$\Delta < 0$ donc l'équation n'admet pas de solution.

$\mathscr{S} = \emptyset$