

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-4 ; 10]$ par :

$$f(x) = 1 + (-4x^2 - 10x + 8)e^{-0,5x}.$$

1. On note f' la fonction dérivée de f .

Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[-4 ; 10]$:

$$f'(x) = (2x^2 - 3x - 14)e^{-0,5x}.$$

2. Dresser, en justifiant, le tableau des variations de f sur l'intervalle $[-4 ; 10]$.

On donnera les valeurs exactes des éléments du tableau.

3. On admet que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[-4 ; -2]$.

- a. Compléter la fonction balayage dans le code Python ci-dessous pour qu'elle renvoie une liste représentant un encadrement de α d'amplitude pas où pas est un réel strictement positif passé en paramètre à la fonction.

```
from math import exp

def f(x):
    return 1 + (-4 * x ** 2 - 10 * x + 8) * exp(-0.5 * x)

def balayage(pas):
    x = -4
    while ..... :
        x = x + pas
    return [..... , .....]
```

- b. Compléter le code fourni sur <https://frama.link/DM8-Premiere-Balayage>.

Quelle est la liste renvoyée par `balayage(0.1)` ?

4. a. On considère l'algorithme ci-contre.

Recopier et compléter la deuxième ligne du tableau ci-dessous correspondant au deuxième passage dans la boucle.

```
a ← -4
b ← -2
Tant que (b - a) > 10-1
    m ←  $\frac{a+b}{2}$ 
    p ← f(a) × f(m)
    Si p > 0 alors
        a ← m
    Sinon
        b ← m
    Fin Si
Fin Tant que
```

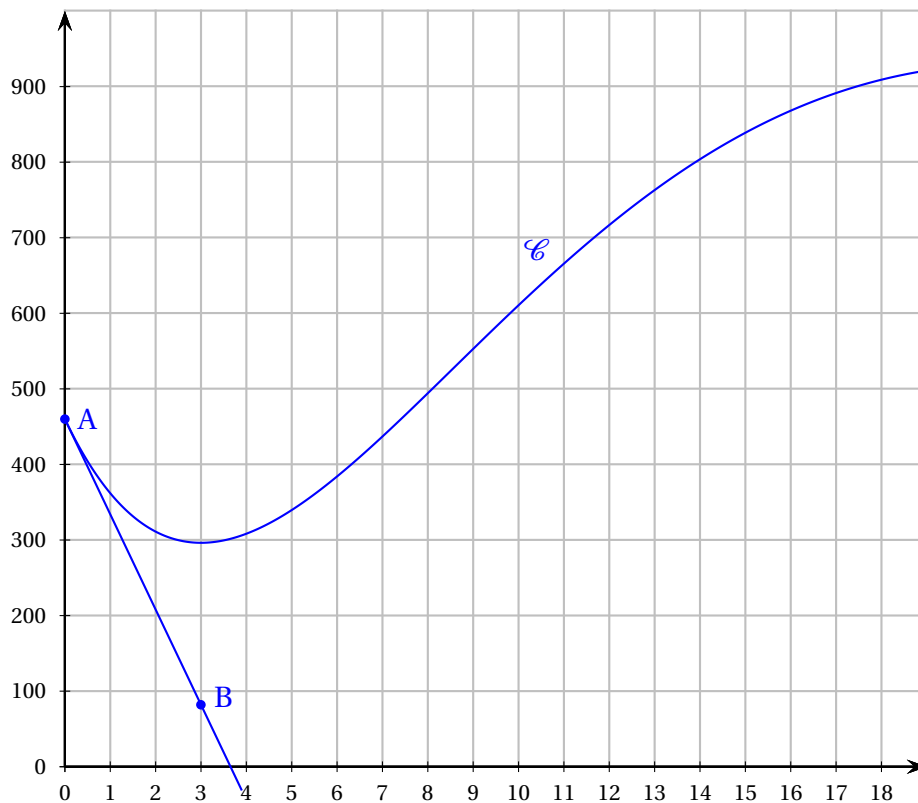
	m	signe de p	a	b	$b - a$	$b - a > 10^{-1}$
Initialisation			-4	-2	2	VRAI
Après le 1 ^{er} passage dans la boucle	-3	Négatif	-4	-3	1	VRAI
Après le 2 ^e passage dans la boucle						

b. À la fin de l'exécution de l'algorithme, les variables a et b contiennent les valeurs $-3,1875$ et $-3,125$. Interpréter ces résultats dans le contexte de l'exercice.

Exercice 2

Partie A

La courbe (\mathcal{C}) ci-dessous, associée à une fonction f définie sur l'intervalle $[0; 19]$, représente l'audience journalière d'une chaîne de télévision entre le 1^{er} janvier 2000 (année numéro 0) et le 1^{er} janvier 2019 (année numéro 19), c'est-à-dire le nombre quotidien de téléspectateurs, en milliers.



Ainsi, le 1^{er} janvier 2000 la chaîne a été regardée par environ 460 000 téléspectateurs.

1. Décrire l'évolution de l'audience journalière de cette chaîne de télévision entre le 1^{er} janvier 2000 et le 1^{er} janvier 2019.
2. Donner une valeur approchée du nombre de téléspectateurs le 1^{er} janvier 2014.

3. La droite (AB), où les points A et B ont pour coordonnées A(0; 460) et B(3; 82), est la tangente à la courbe (\mathcal{C}) au point A.

Déterminer la valeur de $f'(0)$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f représentée par (\mathcal{C}).

Partie B

On cherche maintenant à prévoir l'évolution de l'audience de cette chaîne de télévision lors des dix prochaines années.

On considère que le nombre journalier (exprimé en milliers) de téléspectateurs de la chaîne est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 29]$ par :

$$f(x) = (20x^2 - 80x + 460)e^{-0,1x}$$

où x représente le nombre d'années depuis 2000 (par exemple $x = 19$ pour l'année 2019).

1. Donner une valeur approchée au millier du nombre de téléspectateurs de la chaîne le 1^{er} janvier 2014.

2. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0; 29]$.

- a. Démontrer que f' est définie par :

$$f'(x) = (-2x^2 + 48x - 126)e^{-0,1x}.$$

- b. On considère l'équation : $-2x^2 + 48x - 126 = 0$.

Un logiciel de calcul formel donne :

Instruction :	Résultat :
Solve($-2x^2 + 48x - 126 = 0$)	3 et 21

Retrouver ce résultat par le calcul.

- c. En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 29]$ et construire le tableau des variations de f sur l'intervalle $[0; 29]$. Arrondir les éléments du tableau à l'unité.

- d. Le nombre journalier de téléspectateurs de cette chaîne de télévision dépassera-t-il la barre du million avant l'année 2029? Justifier.

3. On admet que l'équation $f(x) = 800$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[3; 21]$.

Compléter le code Python ci-dessous pour que la fonction `seuil()` renvoie l'année où le nombre journalier de téléspectateurs de la chaîne de télévision dépassera 800 000.

```
from math import exp

def f(x):
    return (20 * x ** 2 - 80 * x + 460) * exp(-0.1 * x)

def seuil():
    x = 3
    while ..... :
        x = x .....
    return .....
```