

Nom : Prénom : *Rendre le sujet*

Exercice 1

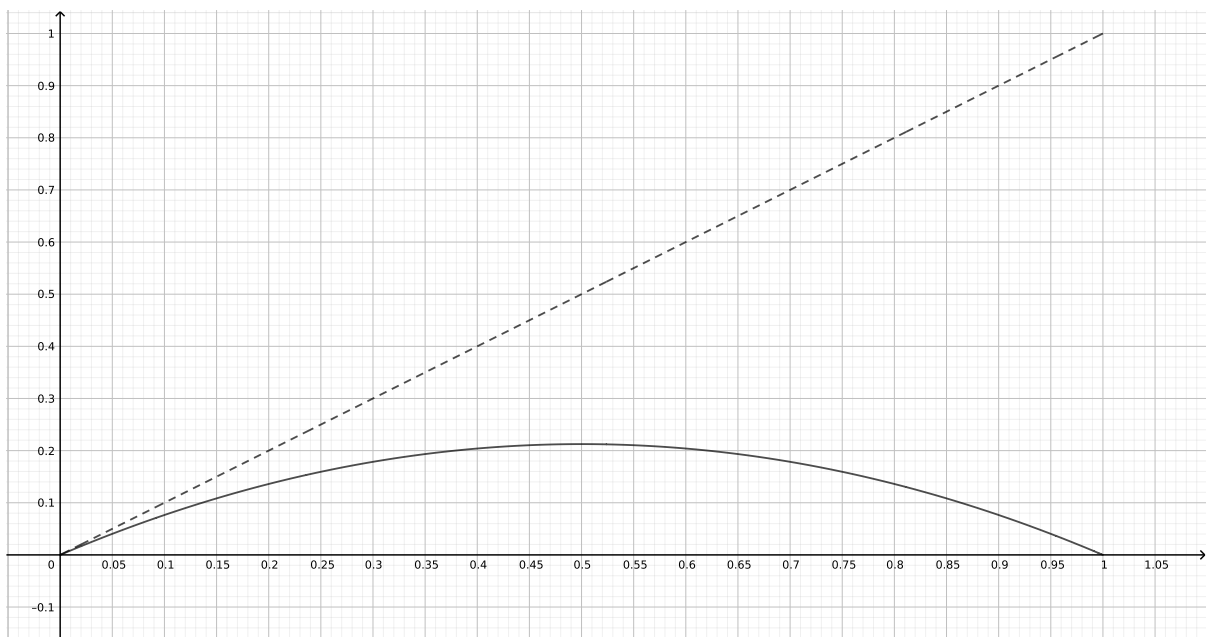
On s'intéresse à une population de phoques vivant sur une île et dont le nombre d'individus diminue de façon inquiétante.

Au début de l'an 2000, on comptait 500 phoques. Une étude a permis de modéliser ce nombre de phoques par la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0,5 \\ u_{n+1} = 0,85u_n(1 - u_n) \end{cases}$$

où pour tout entier naturel n , u_n modélise le nombre de phoques, en milliers, au début de l'année $2000+n$. Dans les calculs, on arrondira les nombres de phoques à l'unité.

1. Calculer, dans ce modèle, le nombre de phoques au début de l'année 2001 puis de l'année 2002.
2. On a représenté sur le graphique ci-dessous la courbe \mathcal{C}_f de la fonction définie sur $[0; 1]$ par $f : x \mapsto 0,85x(1 - x)$ et la droite Δ d'équation $y = x$.



Construire les quatre premiers termes de la suite (u_n) sur l'axe des abscisses en appliquant l'algorithme suivant :

- Étape 1 : on place $u_0 = 0,5$ sur l'axe des abscisses ;
 - Étape 2 : on construit l'ordonnée $u_1 = f(u_0)$ du point de \mathcal{C}_f d'abscisse u_0 sur l'axe des ordonnées et on le projette sur l'axe des abscisses en prenant l'abscisse du point de la droite Δ dont il est l'ordonnée, puis on reprend l'étape 1 avec u_1 ;
3. a. Calculer des valeurs approchées des sept premiers termes de la suite (u_n) avec le mode suite de sa calculatrice.
 - b. Reporter les premiers termes dans la capture de feuille de tableur ci-dessous. Quelle formule faudrait-il saisir en A3 et B3 pour compléter la feuille de calcul ?

	A	B
1	n	u_n
2	0	0,5
3	1	...
4	2	...
5	3	...
6	4	...
7	5	...
8	6	...

- c. Compléter la fonction Python ci-dessous pour qu'elle renvoie une liste avec les n premiers termes de la suite (u_n) :

```
def liste_valeurs(n):
    u = 0.5
    liste = [u]
    for k in range(n - 1):
        u = .....
        liste = .....
    return .....
```

4. Quelles conjectures peut-on faire sur l'évolution de la population de phoques (croissance/décroissance, convergence vers une valeur limite)? Argumenter. En donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

Exercice 2

Au 1^{er} janvier 2018, un arboriculteur possède 5 000 pommiers. Chaque année :

- il arrache 4% des pommiers car ils sont endommagés;
- il replante 300 nouveaux pommiers.

On modélise la situation par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n , u_n représente le nombre de pommiers possédés par l'arboriculteur au 1^{er} janvier de l'année $(2018 + n)$.

On obtient ainsi une suite (u_n) telle que : $u_0 = 5\,000$ et $u_{n+1} = 0,96u_n + 300$, pour tout entier naturel n .

1. Calculer u_1 et u_2 .

Combien de pommiers possèdera l'arboriculteur au 1^{er} janvier 2020?

2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 7\,500$, pour tout entier naturel n .

- Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0 .
- Pour tout entier naturel n , exprimer v_n en fonction de n .
- En déduire que, pour tout entier naturel n : $u_n = 7\,500 - 2\,500 \times 0,96^n$.

3. La superficie des terrains de l'arboriculteur lui permet d'avoir au maximum 6 000 pommiers. L'arboriculteur voudrait savoir en quelle année il devra acquérir un autre terrain pour pouvoir planter de nouveaux pommiers.

- a. Compléter la fonction Python ci-dessous pour que `seuil(5000)` réponde à la problématique posée.

```
def seuil(s):
    u = .....
    n = .....
    while ..... :
        u = .....
        n = .....
    return n
```

- b. Quelle est la valeur renvoyée par `seuil(5000)`? Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 3 *Prise d'initiative*

- Soit $ABCD$ un carré de côté 6 et $EFGB$ un carré de côté 4.
- I est le milieu de $[DC]$ et H le milieu de $[EF]$.
- Le triangle AHJ est rectangle en H .
- Calculer l'aire du triangle AHJ .

On pourra utiliser le repère orthonormal $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.

