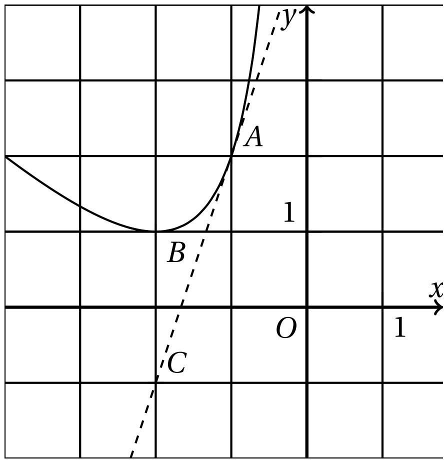
Exercice 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (Q. C. M.).

On considère une fonction f définie sur $]-\infty\,;0[$ et dérivable en -1 et en -2. On a représenté ci-dessous la courbe de f et ses tangentes aux points A et B d'abscisses respectives -1 et -2. La tangente en B est parallèle à l'axe des abscisses.



1. Le nombre dérivé de f en -2 a pour valeur :

a. 2 **b.** 0 **c.** 1 **d.** $\dfrac{1}{2}$

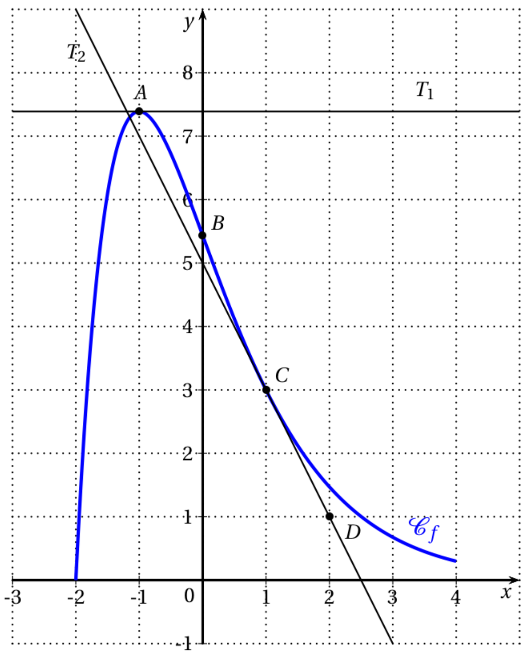
2. Une équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A est :

a. $y = -\dfrac{1}{3}x + 2$ **b.** $y = 3x + \dfrac{5}{3}$ **c.** $y = 5 - 3x$ **d.** $y = 3x + 5$

Exercice 2

Dans le repère ci-contre, on a tracé la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2\,;\,4]$ ainsi que deux tangentes à $\mathscr{C}_f$:

- T_1 est la tangente au point A de coordonnées $(-1\,;\,7{,}39)$,
- T_2 est la tangente au point C de coordonnées $(1\,;\,3)$.



On sait que la tangente T_1 est parallèle à l'axe des abscisses et que la tangente T_2 passe par le point D de coordonnées $(2\,;\,1)$.

1. Déterminer $f'(-1)$ et $f'(1)$.

2. Déterminer une équation de la tangente T_2 à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point C.

Exercice 3

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe dans un repère du plan.
La droite d'équation $y = 55 - 66x$ est tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -83.
De plus on sait que $f'(61) = 85$ et $f(61) = -80$.

1. Déterminer $f(-83)$ et $f'(-83)$.

2. Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 61.

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $]1\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$.
On note $\mathscr{C}_f$ dans un repère du plan.

1. Démontrer que la droite Δ d'équation $y = -x + 3$ est tangente à $\mathscr{C}_f$ en son point d'abscisse 2.

2. Étudier les positions relatives des droites Δ et de la courbe $\mathscr{C}_f$ sur l'intervalle $]1\,;\,+\infty[$.

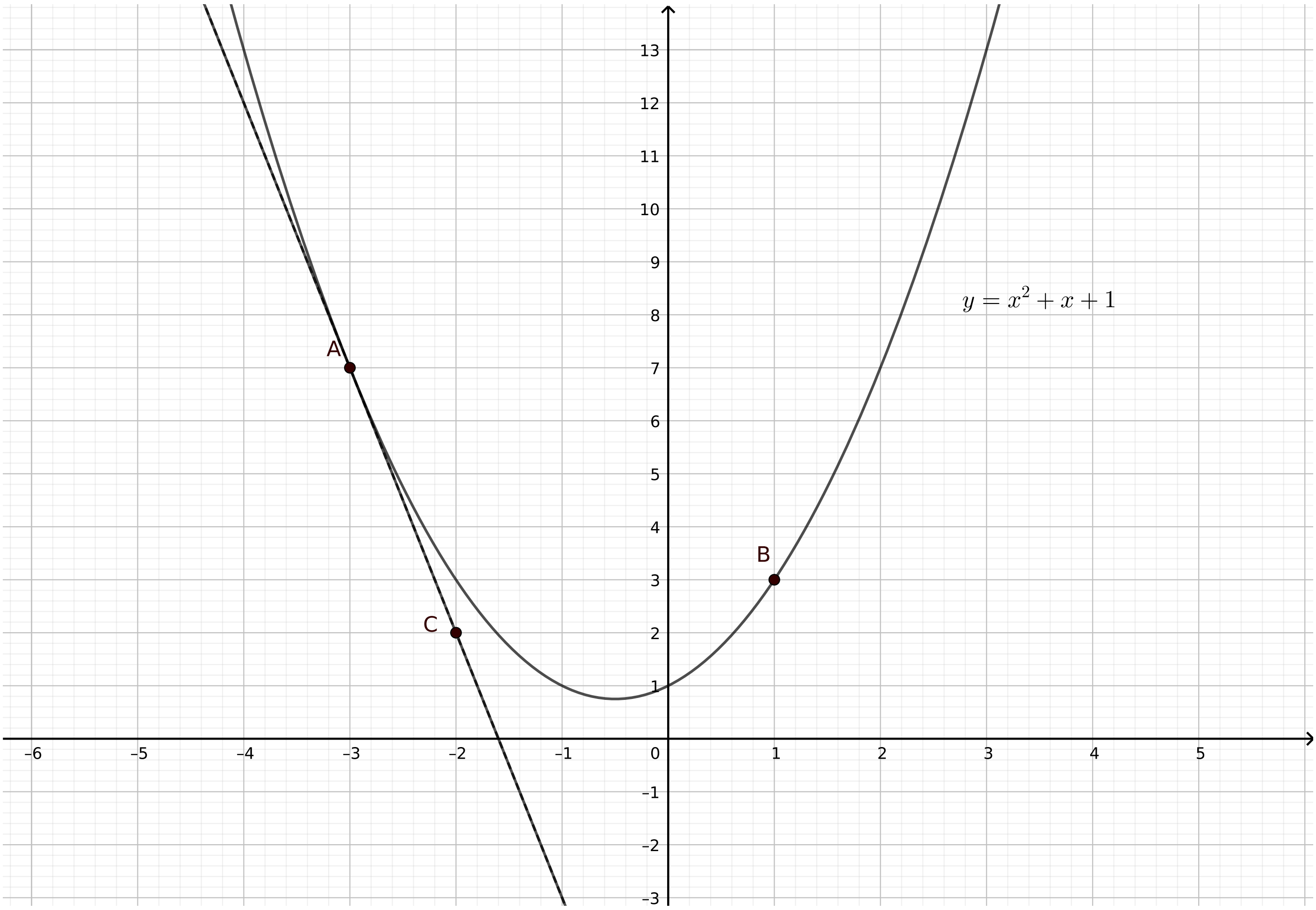
Exercice 5

Soit g une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
Dan un repère du plan, la courbe de g passe par le point A de coordonnées $(3\,;\,-4)$.
On nomme $\mathscr{T}_A$ la tangente à la courbe de g en A.
$\mathscr{T}_A$ est parallèle à la droite Δ d'équation $y = 6 - 2x$.

Déterminer une équation de $\mathscr{T}_A$

Exercice 6

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + x + 1$.
On a représenté ci-dessous une partie de la courbe de f dans un repère orthogonal du plan.
Les points A et B de la courbe de f ont respectivement pour coordonnées $A(-3\,;7)$ et $B(1\,;3)$.
Le point C a pour coordonnées $(-2\,;2)$.



1. La droite (AC) est tangente à la courbe de f au point d'abscisse A.

En déduire la valeur exacte de $f'(-3)$.

2. On veut déterminer le nombre dérivé de f en 1.

a. Compléter la fonction `Python` ci-dessous pour que `taux_variation(h)` renvoie le taux de variation de f entre 1 et $1 + h$ pour $h \neq 0$.

```python
def f(x):
    return x ** 2 + x + 1


def taux_variation(h):
    if h == 0:
        return None #calcul impossible
```

```
    else:
        return ..........................
```

b. On donne ci-après quelques valeurs de `taux_variation(h)` évaluées dans une console `Python`. Quelle conjecture peut-on faire sur la valeur du nombre dérivé de f en 1 ? Argumenter.

```
>>> for h in [-1, -0.1, -0.01, -0.001, 0.001, 0.01, 0.1 ,1]:
...     print("Le taux de variation pour h =", h, " est ",
    taux_variation(h))
...
Le taux de variation pour h = -1 est 2.0
Le taux de variation pour h = -0.1 est 2.9000000000000004
Le taux de variation pour h = -0.01 est 2.9900000000000038
Le taux de variation pour h = -0.001 est 2.998999999999974
Le taux de variation pour h = 0.001 est 3.0009999999993653
Le taux de variation pour h = 0.01 est 3.0100000000000016
Le taux de variation pour h = 0.1 est 3.100000000000005
Le taux de variation pour h = 1 est 4.0
```

c. Démontrer que pour tout réel $h \neq 0$, on a $f(1+h) - f(1) = 3h + h^2$.

d. En déduire la preuve de la conjecture formulée à la question **2. b.**

3. On admet que $f'(3) = 7$. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 3.