

Exercice 1 Convexité

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-6; 5]$ dont on connaît le tableau de variations de la fonction dérivée f' :

x	-6	-2	1	4	8
$f'(x)$	4	0	2	0	-2

De plus on connaît un tableau de valeurs de f :

x	-6	-2	1	4	8
$f(x)$	-2	2	3	5	3

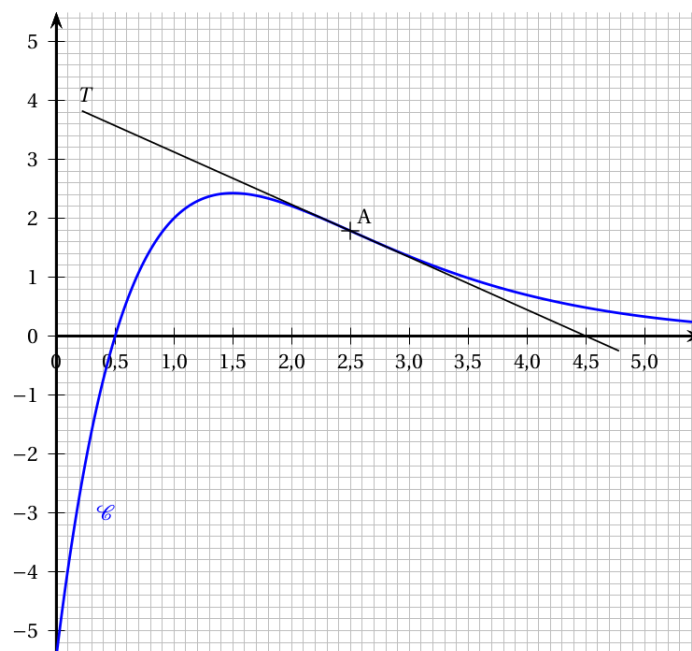
- Déterminer les variations de f sur l'intervalle $[-6; 5]$.
- Justifier que f est concave sur l'intervalle $[-6; -2]$.
- Déterminer la convexité de la fonction f en précisant les abscisses des éventuels points d'inflexion de sa courbe dans un repère du plan.
- Représenter dans un repère, l'allure d'une courbe possible pour la fonction f .

Exercice 2 Asie juin 2024 sujet 1

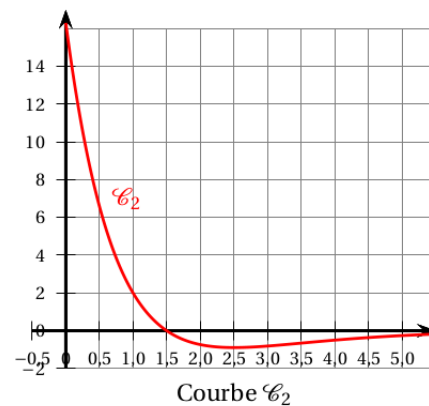
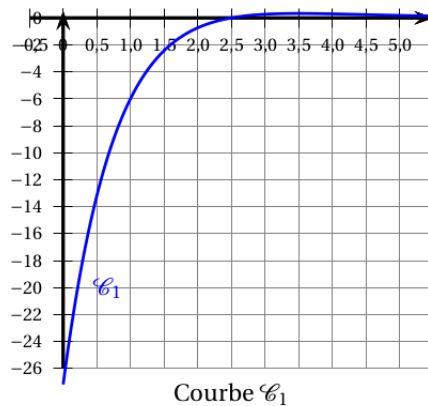
Partie A

On considère une fonction f définie sur $[0; +\infty[$, représentée par la courbe $\mathcal{C}$ ci-dessous.

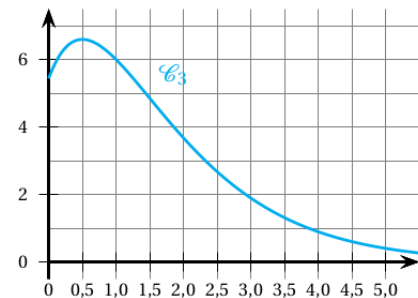
La droite T est tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse $\frac{5}{2}$.



1. Dresser, par lecture graphique, le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 5]$.
2. Que semble présenter la courbe $\mathcal{C}$ au point A?
3. La dérivée f' et la dérivée seconde f'' de la fonction f sont représentées par les courbes ci-dessous. Associer à chacune de ces deux fonctions la courbe qui la représente. Ce choix sera justifié.



4. La courbe $\mathcal{C}_3$ ci-contre peut-elle être la représentation graphique sur $[0; +\infty[$ d'une primitive de la fonction f ? Justifier.



Partie B

Dans cette partie, on considère que la fonction f , définie et deux fois dérivable sur $[0; +\infty[$, est définie par

$$f(x) = (4x - 2)e^{-x+1}.$$

On notera respectivement f' et f'' la dérivée et la dérivée seconde de la fonction f .

1. Étude de la fonction f
 - a. Montrer que $f'(x) = (-4x + 6)e^{-x+1}$.
 - b. Utiliser ce résultat pour déterminer le tableau complet des variations de la fonction f sur $[0; +\infty[$. On admet que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.
 - c. Étudier la convexité de la fonction f et préciser l'abscisse d'un éventuel point d'inflexion de la courbe représentative de f .

Exercice 3 Centres étrangers groupe 2 sujet 2 22 mars 2023

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-3x}}.$$

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan.

On nomme A le point de coordonnées $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ et B le point de coordonnées $\left(1; \frac{5}{4}\right)$.

On a tracé ci-dessous la courbe $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{T}$ la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.

Partie A : lectures graphiques

Dans cette partie, les résultats seront obtenus par lecture graphique. Aucune justification n'est demandée.

1. Déterminer l'équation réduite de la tangente $\mathcal{T}$.
2. Donner les intervalles sur lesquels la fonction f semble convexe ou concave.

Partie B : étude de la fonction

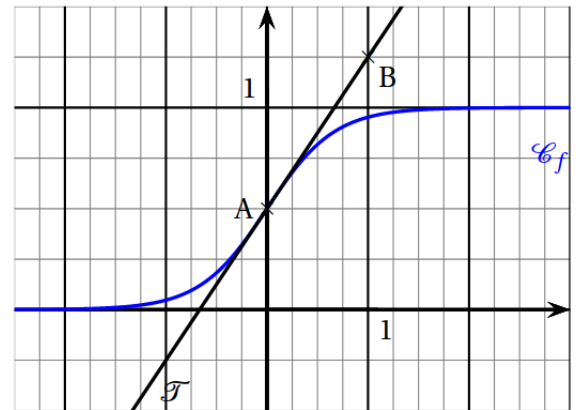
1. On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
Déterminer l'expression de sa fonction dérivée f' .
2. Justifier que la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
3.
 - a. Déterminer la limite en $+\infty$ de la fonction f .
 - b. Déterminer la limite en $-\infty$ de la fonction f .
4. Déterminer la valeur exacte de la solution α de l'équation $f(x) = 0,99$.

Partie C : Tangente et convexité

1. Déterminer par le calcul une équation de la tangente $\mathcal{T}$ à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.
On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.
On note f'' la fonction dérivée seconde de la fonction f .
On admet que f'' est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f''(x) = \frac{9e^{-3x}(e^{-3x} - 1)}{(1 + e^{-3x})^3}.$$

2. Étudier le signe de la fonction f'' sur $\mathbb{R}$.
3.
 - a. Indiquer, en justifiant, sur quel(s) intervalle(s) la fonction f est convexe.
 - b. Que représente le point A pour la courbe $\mathcal{C}_f$?

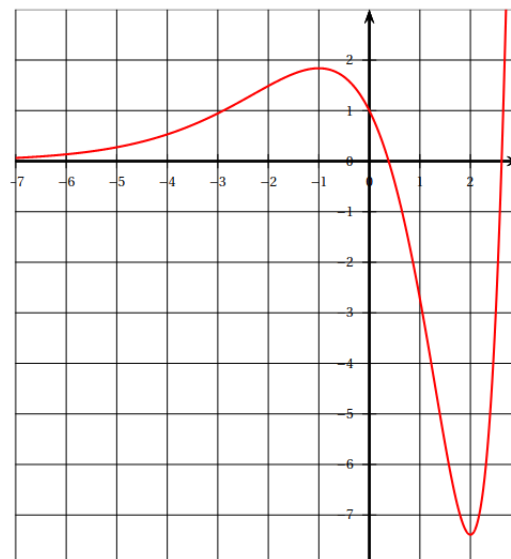


- c. En déduire la position relative de la tangente $\mathcal{T}$ et de la courbe $\mathcal{C}_f$.
Justifier la réponse.

Exercice 4 Amérique du Nord Sujet 2 28 mars 2023

Partie A

Le plan est muni d'un repère orthogonal.
On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' sa fonction dérivée. On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction dérivée f' .



Dans cette partie, les résultats seront obtenus par lecture graphique de la courbe représentative de la fonction dérivée f' . Aucune justification n'est demandée.

1. Donner le sens de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$. On utilisera des valeurs approchées si besoin.
2. Donner les intervalles sur lesquels la fonction f semble être convexe.

Partie B

On admet que la fonction f de la partie A est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (x^2 - 5x + 6)e^x.$$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère.

1.
 - a. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
 - b. Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$.
2. Montrer que, pour tout réel x , on a $f'(x) = (x^2 - 3x + 1)e^x$.
3. En déduire le sens de variation de la fonction f .
4. Déterminer l'équation réduite de la tangente ($\mathcal{T}$) à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.

On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f'' la fonction dérivée seconde de la fonction f . On admet que, pour tout réel x , on a $f''(x) = (x + 1)(x - 2)e^x$.

5.
 - a. Étudier la convexité de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
 - b. Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[-1 ; 2]$, on a $f(x) \leq x + 6$.