Corrigé des exemples du cours de Trigonométrie

Frédéric Junier

Lycée du Parc
1 Boulevard Anatole France
69006 Lyon

28 janvier 2020

Plan

Résolvons dans $\mathbb{R}$ puis dans $]-\pi\,;\pi]$ l'équation $\cos(x) = -0,5$.

$$\cos(x) = -0,5 \Longleftrightarrow \cos(x) = \cos(\frac{2\pi}{3}) \Longleftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \quad k \in \mathbb{Z} \\ \text{ou } x = -\frac{2\pi}{3} + k'2\pi \quad k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

En faisant varier k et k', on trouve que l'équation $\cos(x) = -0,5$ possède deux solutions dans $]-\pi\,;\pi]$: $-\frac{2\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$.

Résolvons dans $\mathbb{R}$ puis dans $]-\pi\,;\pi]$ l'équation $\sin(x)=0,5$.

$$\sin(x)=0,5 \Longleftrightarrow \sin(x)=\cos(\frac{\pi}{6}) \Longleftrightarrow \begin{cases} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \quad k\in\mathbb{Z} \\ \text{ou } x=\pi-\frac{\pi}{6}+k'2\pi \quad k'\in\mathbb{Z} \end{cases}$$

En faisant varier k et k', on trouve que l'équation $\sin(x)=0,5$ possède deux solutions dans $]-\pi\,;\pi]$: $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{5\pi}{6}$.

Résolvons dans $\mathbb{R}$ puis dans $]-\pi\,;\pi]$ l'équation $\sin(x) = \sin(2x)$.

$$\sin(x) = \sin(2x) \Longleftrightarrow \begin{cases} x = 2x + k2\pi \quad k \in \mathbb{Z} \\ \text{ ou } x = \pi - 2x + k'2\pi \quad k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\sin(x) = \sin(2x) \Longleftrightarrow \begin{cases} x = -k2\pi \quad k \in \mathbb{Z} \\ \text{ ou } x = \frac{\pi}{3} + k'\frac{2\pi}{3} \quad k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

En faisant varier k et k', on trouve que l'équation $\sin(x) = \sin(2x)$ possède quatre solutions dans $]-\pi\,;\pi]$: $-\frac{\pi}{3}$, 0, $\frac{\pi}{3}$ et π.

Résolvons dans $\mathbb{R}$ puis dans $]-\pi\,;\pi]$ l'équation $\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=0$.

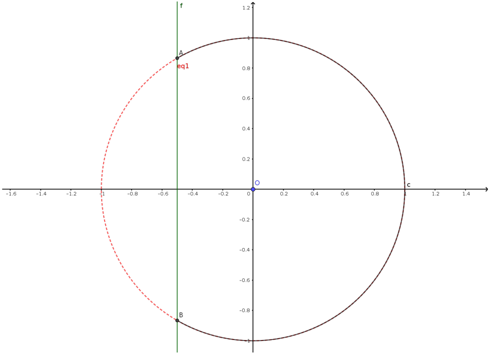
$$\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=0 \Longleftrightarrow \cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \Longleftrightarrow \begin{cases} x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k2\pi & k\in\mathbb{Z} \\ x+\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{2}+k'2\pi & k'\in\mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=0 \Longleftrightarrow \begin{cases} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi & k\in\mathbb{Z} \\ \text{ ou } x=-\frac{5\pi}{6}+k'2\pi & k'\in\mathbb{Z} \end{cases}$$

En faisant varier k et k', on trouve que l'équation $\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=0$ possède deux solutions dans $]-\pi\,;\pi]$: $\frac{\pi}{6}$ et $-\frac{5\pi}{6}$.

Plan

Pour résoudre l'inéquation $2\cos(x)+1>0 \Longleftrightarrow \cos(x)>-\frac{1}{2}$, on marque sur le cercle l'ensemble des points dont l'abscisse $\cos(x)$ dans le repère orthonormal $\left(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$ d'origine le centre du cercle, est supérieure à $-\frac{1}{2}$. Cette partie du cercle est en trait plein ci-dessous.



- Dans l'intervalle $]-\pi\,;\pi]$, l'ensemble des points de solutions de l'inéquation est représenté par l'intervalle $\left]-\frac{2\pi}{3}\,;\,\frac{2\pi}{3}\right[$.
- Dans l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{2}\,;\,\frac{\pi}{2}\right]$, l'ensemble des points de solutions de l'inéquation est représenté par l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{2}\,;\,\frac{\pi}{2}\right]$.
- Dans l'intervalle $[0\,;2\pi[$, l'ensemble des points de solutions de l'inéquation est représenté par la réunion d'intervalles $\left[0\,;\,\frac{2\pi}{3}\right[\cup\left]\frac{4\pi}{3}\,;2\pi\right[$.