

Corrigé du Sujet n° 10

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{3}$.

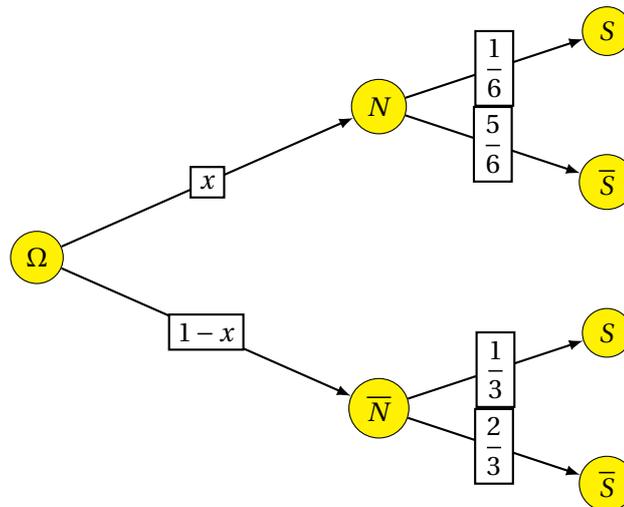
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,181$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{3} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{3} - \frac{1}{6}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,181 &\iff 0,181 = \frac{1}{3} - \frac{1}{6}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,181 &\iff x = 2 - 6 \times 0,181 \\ \mathbb{P}(S) = 0,181 &\iff \boxed{x = 2 - 6 \times 0,181 = 0,914} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi ne soit pas un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(\overline{N}) = \frac{\mathbb{P}(S \cap \overline{N})}{\mathbb{P}(S)} = \frac{(1-x) \times \frac{1}{3}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,086 \times \frac{1}{3}}{0,181} \approx \boxed{0,1584}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 38$ et $p = 0,5$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 38 \times 0,5 = 19,0}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{38 \times 0,5 \times (1-0,5)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,5^{38}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 38 \times 0,5 \times 0,5^{37}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,5^{38}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 17) \approx 0,3136}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 24) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 23) \approx 0,0717}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(18 \leq X \leq 23) = \mathbb{P}(X \leq 23) - \mathbb{P}(X \leq 17) \approx 0,6148}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 11

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{5}$.

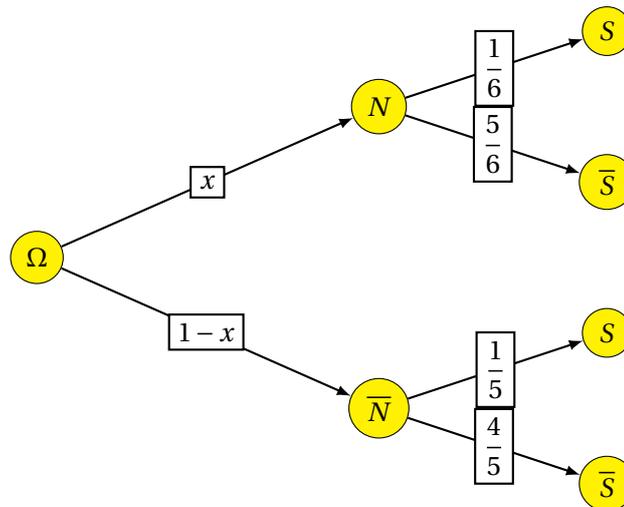
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,176$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{5} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,176 &\iff 0,176 = \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,176 &\iff x = 6 - 30 \times 0,176 \\ \mathbb{P}(S) = 0,176 &\iff \boxed{x = 6 - 30 \times 0,176 = 0,72} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi ne soit pas un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(\overline{N}) = \frac{\mathbb{P}(S \cap \overline{N})}{\mathbb{P}(S)} = \frac{(1-x) \times \frac{1}{5}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,28 \times \frac{1}{5}}{0,176} \approx \boxed{0,3182}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = 0,5$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 30 \times 0,5 = 15,0}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{30 \times 0,5 \times (1-0,5)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,5^{30}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 30 \times 0,5 \times 0,5^{29}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,5^{30}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 13) \approx 0,2923}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 20) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 19) \approx 0,0494}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(14 \leq X \leq 19) = \mathbb{P}(X \leq 19) - \mathbb{P}(X \leq 13) \approx 0,6583}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 12

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{5}$.

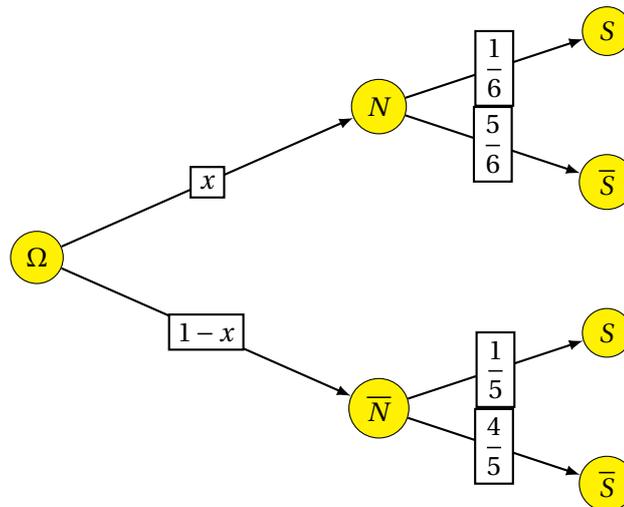
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,179$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{5} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,179 &\iff 0,179 = \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,179 &\iff x = 6 - 30 \times 0,179 \\ \mathbb{P}(S) = 0,179 &\iff \boxed{x = 6 - 30 \times 0,179 = 0,63} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi ne soit pas un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(\overline{N}) = \frac{\mathbb{P}(S \cap \overline{N})}{\mathbb{P}(S)} = \frac{(1-x) \times \frac{1}{5}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,37 \times \frac{1}{5}}{0,179} \approx \boxed{0,4134}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 53$ et $p = 0,2$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 53 \times 0,2 = 10,6}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{53 \times 0,2 \times (1-0,2)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,8^{53}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 53 \times 0,2 \times 0,8^{52}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,8^{53}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 8) \approx 0,2408}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 15) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 14) \approx 0,0937}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(9 \leq X \leq 14) = \mathbb{P}(X \leq 14) - \mathbb{P}(X \leq 8) \approx 0,6655}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 13

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{3}$.

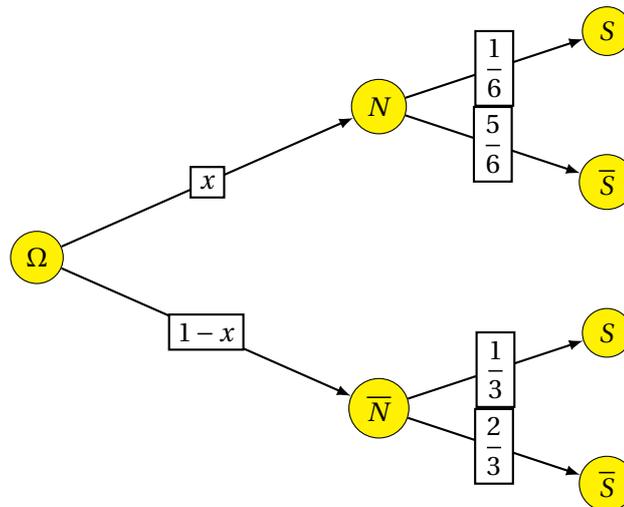
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,182$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{3} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{3} - \frac{1}{6}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,182 &\iff 0,182 = \frac{1}{3} - \frac{1}{6}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,182 &\iff x = 2 - 6 \times 0,182 \\ \mathbb{P}(S) = 0,182 &\iff \boxed{x = 2 - 6 \times 0,182 = 0,908} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi ne soit pas un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(\overline{N}) = \frac{\mathbb{P}(S \cap \overline{N})}{\mathbb{P}(S)} = \frac{(1-x) \times \frac{1}{3}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,092 \times \frac{1}{3}}{0,182} \approx \boxed{0,1685}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 59$ et $p = 0,7$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 59 \times 0,7 = 41,3}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{59 \times 0,7 \times (1-0,7)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,3^{59}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 59 \times 0,7 \times 0,3^{58}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,3^{59}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 39) \approx 0,2998}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 46) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 45) \approx 0,1145}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(40 \leq X \leq 45) = \mathbb{P}(X \leq 45) - \mathbb{P}(X \leq 39) \approx 0,5857}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 14
Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{5}$.

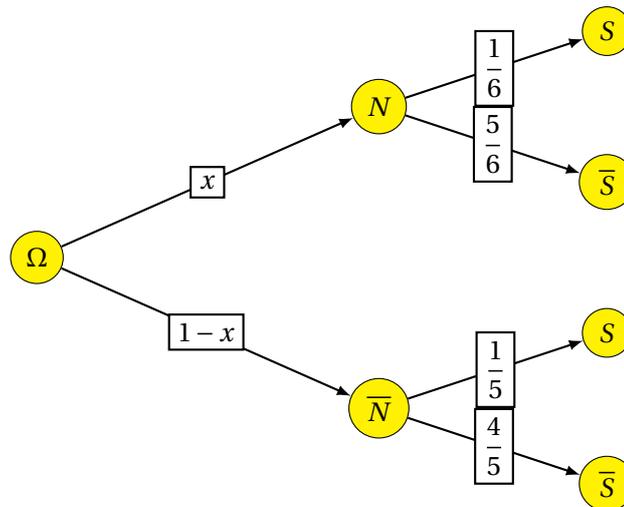
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,177$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{5} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,177 &\iff 0,177 = \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,177 &\iff x = 6 - 30 \times 0,177 \\ \mathbb{P}(S) = 0,177 &\iff \boxed{x = 6 - 30 \times 0,177 = 0,69} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi ne soit pas un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(\overline{N}) = \frac{\mathbb{P}(S \cap \overline{N})}{\mathbb{P}(S)} = \frac{(1-x) \times \frac{1}{5}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,31 \times \frac{1}{5}}{0,177} \approx \boxed{0,3503}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 58$ et $p = 0,4$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 58 \times 0,4 = 23,2}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{58 \times 0,4 \times (1-0,4)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,6^{58}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 58 \times 0,4 \times 0,6^{57}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,6^{58}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 21) \approx 0,3271}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 28) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 27) \approx 0,125}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(22 \leq X \leq 27) = \mathbb{P}(X \leq 27) - \mathbb{P}(X \leq 21) \approx 0,5479}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 15

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{5}$.

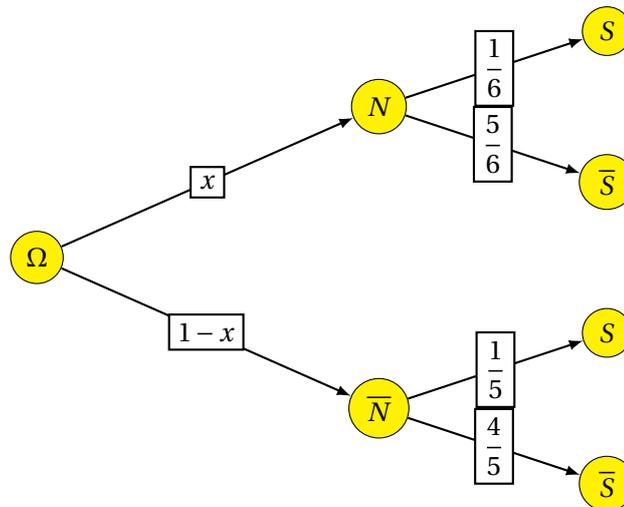
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,173$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{5} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,173 &\iff 0,173 = \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,173 &\iff x = 6 - 30 \times 0,173 \\ \mathbb{P}(S) = 0,173 &\iff \boxed{x = 6 - 30 \times 0,173 = 0,81} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi ne soit pas un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(\overline{N}) = \frac{\mathbb{P}(S \cap \overline{N})}{\mathbb{P}(S)} = \frac{(1-x) \times \frac{1}{5}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,19 \times \frac{1}{5}}{0,173} \approx \boxed{0,2197}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 43$ et $p = 0,7$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 43 \times 0,7 = 30,1}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{43 \times 0,7 \times (1-0,7)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,3^{43}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 43 \times 0,7 \times 0,3^{42}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,3^{43}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 28) \approx 0,2919}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 35) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 34) \approx 0,0672}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(29 \leq X \leq 34) = \mathbb{P}(X \leq 34) - \mathbb{P}(X \leq 28) \approx 0,6409}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 16

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{4}$.

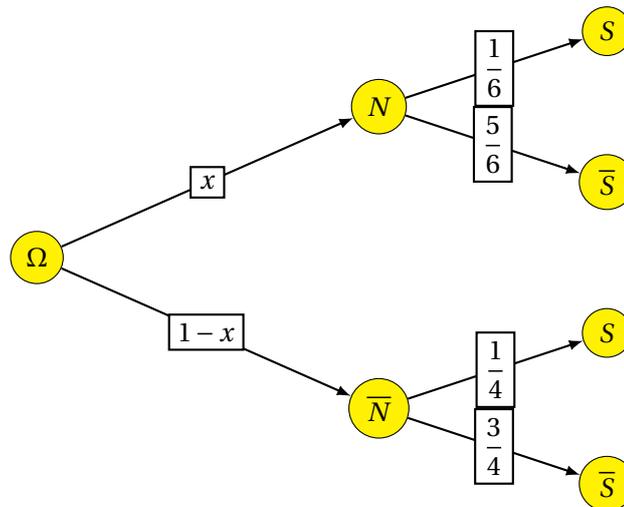
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,183$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{4} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,183 &\iff 0,183 = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,183 &\iff x = 3 - 12 \times 0,183 \\ \mathbb{P}(S) = 0,183 &\iff x = 3 - 12 \times 0,183 = 0,804 \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi soit un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(N) = \frac{\mathbb{P}(S \cap N)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{x \times \frac{1}{6}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,804 \times \frac{1}{6}}{0,183} \approx \boxed{0,7322}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 34$ et $p = 0,4$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 34 \times 0,4 = 13,6}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{34 \times 0,4 \times (1-0,4)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,6^{34}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 34 \times 0,4 \times 0,6^{33}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,6^{34}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 11) \approx 0,2331}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 18) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 17) \approx 0,0872}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(12 \leq X \leq 17) = \mathbb{P}(X \leq 17) - \mathbb{P}(X \leq 11) \approx 0,6798}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 17

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{5}$.

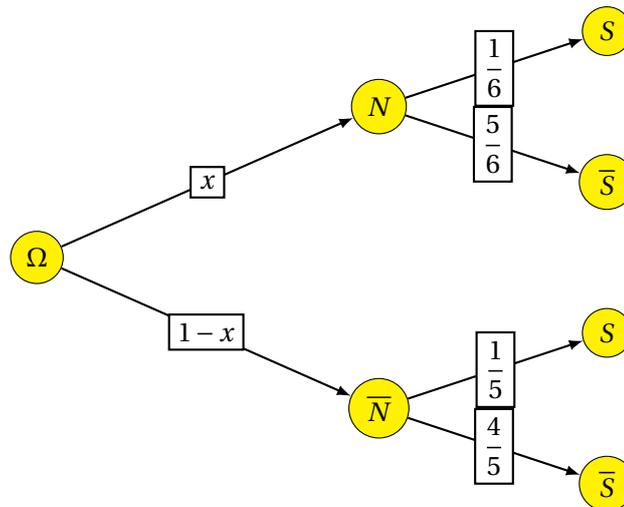
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,186$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{5} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,186 &\iff 0,186 = \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,186 &\iff x = 6 - 30 \times 0,186 \\ \mathbb{P}(S) = 0,186 &\iff \boxed{x = 6 - 30 \times 0,186 = 0,42} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi soit un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(N) = \frac{\mathbb{P}(S \cap N)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{x \times \frac{1}{6}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,42 \times \frac{1}{6}}{0,186} \approx \boxed{0,3763}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = 0,8$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 30 \times 0,8 = 24,0}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{30 \times 0,8 \times (1-0,8)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,2^{30}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 30 \times 0,8 \times 0,2^{29}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,2^{30}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 22) \approx 0,2392}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 29) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 28) \approx 0,0105}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(23 \leq X \leq 28) = \mathbb{P}(X \leq 28) - \mathbb{P}(X \leq 22) \approx 0,7503}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 18

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{4}$.

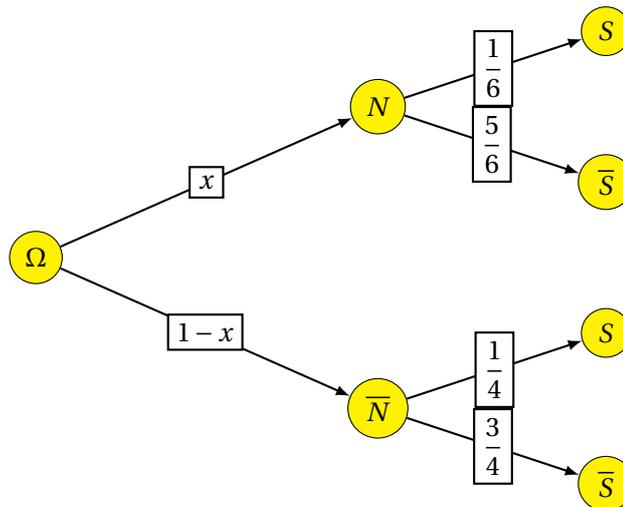
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,182$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{4} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,182 &\iff 0,182 = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,182 &\iff x = 3 - 12 \times 0,182 \\ \mathbb{P}(S) = 0,182 &\iff x = 3 - 12 \times 0,182 = 0,816 \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi soit un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(N) = \frac{\mathbb{P}(S \cap N)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{x \times \frac{1}{6}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,816 \times \frac{1}{6}}{0,182} \approx \boxed{0,7473}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 57$ et $p = 0,5$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 57 \times 0,5 = 28,5}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{57 \times 0,5 \times (1-0,5)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,5^{57}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 57 \times 0,5 \times 0,5^{56}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,5^{57}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 26) \approx 0,2983}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 33) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 32) \approx 0,1446}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(27 \leq X \leq 32) = \mathbb{P}(X \leq 32) - \mathbb{P}(X \leq 26) \approx 0,5571}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 19

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{3}$.

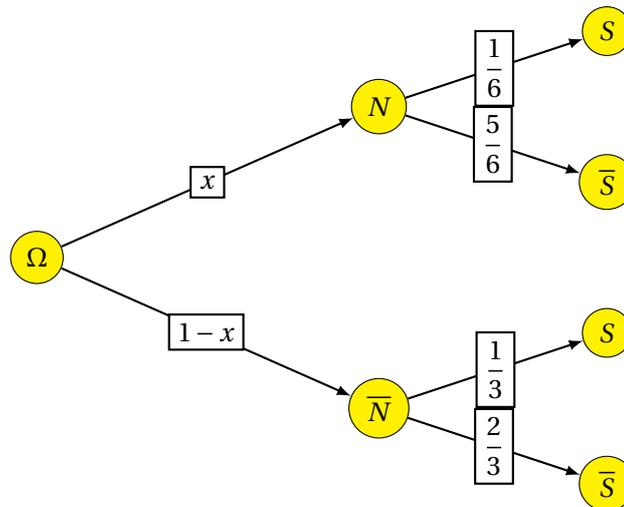
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,182$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{3} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{3} - \frac{1}{6}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,182 &\iff 0,182 = \frac{1}{3} - \frac{1}{6}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,182 &\iff x = 2 - 6 \times 0,182 \\ \mathbb{P}(S) = 0,182 &\iff \boxed{x = 2 - 6 \times 0,182 = 0,908} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi soit un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(N) = \frac{\mathbb{P}(S \cap N)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{x \times \frac{1}{6}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,908 \times \frac{1}{6}}{0,182} \approx 0,8315$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 47$ et $p = 0,4$.

1. L'espérance de X est $\mathbb{E}(X) = n \times p = 47 \times 0,4 = 18,8$ et son écart-type est $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{47 \times 0,4 \times (1-0,4)}$.

2. On a $\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,6^{47}$, $\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 47 \times 0,4 \times 0,6^{46}$ et $\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,6^{47}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\mathbb{P}(X \leq 16) \approx 0,2486$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(X > 23) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 22) \approx 0,1356$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(17 \leq X \leq 22) = \mathbb{P}(X \leq 22) - \mathbb{P}(X \leq 16) \approx 0,6157$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 1

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{4}$.

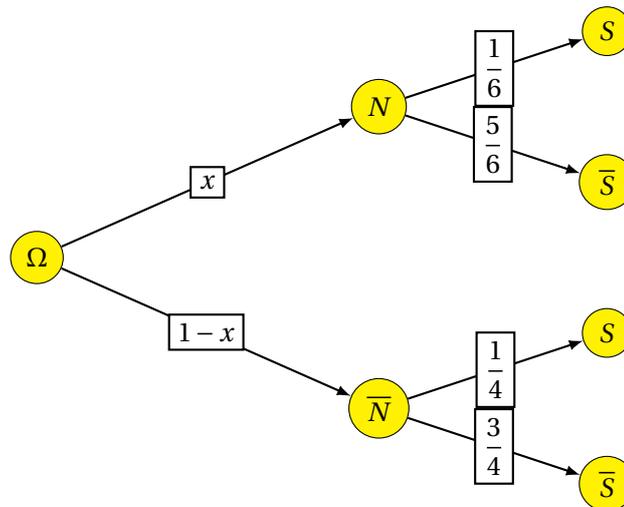
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,176$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{4} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,176 &\iff 0,176 = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,176 &\iff x = 3 - 12 \times 0,176 \\ \mathbb{P}(S) = 0,176 &\iff \boxed{x = 3 - 12 \times 0,176 = 0,888} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi soit un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(N) = \frac{\mathbb{P}(S \cap N)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{x \times \frac{1}{6}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,888 \times \frac{1}{6}}{0,176} \approx \boxed{0,8409}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = 0,4$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 30 \times 0,4 = 12,0}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{30 \times 0,4 \times (1-0,4)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,6^{30}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 30 \times 0,4 \times 0,6^{29}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,6^{30}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 10) \approx 0,2915}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 17) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 16) \approx 0,0481}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(11 \leq X \leq 16) = \mathbb{P}(X \leq 16) - \mathbb{P}(X \leq 10) \approx 0,6604}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 20
Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{5}$.

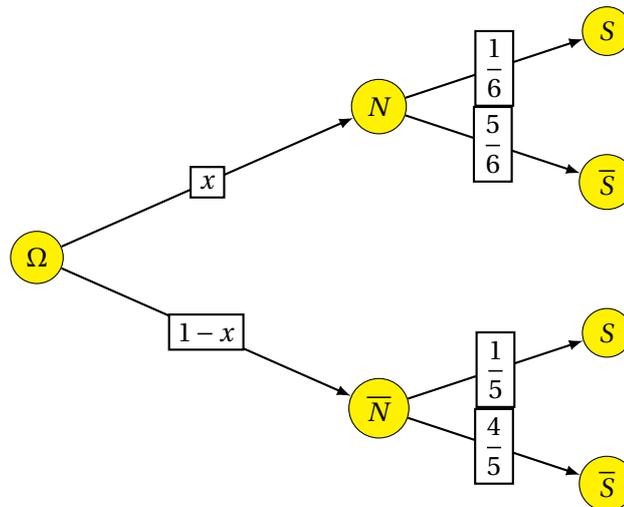
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,188$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{5} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,188 &\iff 0,188 = \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,188 &\iff x = 6 - 30 \times 0,188 \\ \mathbb{P}(S) = 0,188 &\iff \boxed{x = 6 - 30 \times 0,188 = 0,36} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi soit un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(N) = \frac{\mathbb{P}(S \cap N)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{x \times \frac{1}{6}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,36 \times \frac{1}{6}}{0,188} \approx \boxed{0,3191}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = 0,8$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 30 \times 0,8 = 24,0}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{30 \times 0,8 \times (1-0,8)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,2^{30}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 30 \times 0,8 \times 0,2^{29}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,2^{30}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 22) \approx 0,2392}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 29) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 28) \approx 0,0105}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(23 \leq X \leq 28) = \mathbb{P}(X \leq 28) - \mathbb{P}(X \leq 22) \approx 0,7503}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 21

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{4}$.

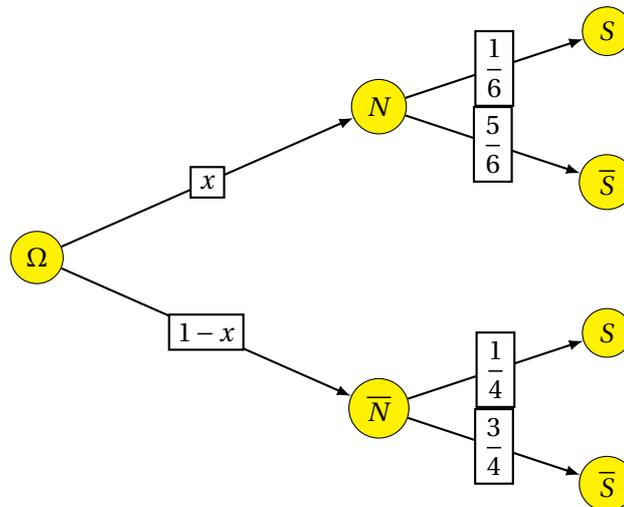
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,181$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{4} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,181 &\iff 0,181 = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,181 &\iff x = 3 - 12 \times 0,181 \\ \mathbb{P}(S) = 0,181 &\iff \boxed{x = 3 - 12 \times 0,181 = 0,828} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi ne soit pas un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(\overline{N}) = \frac{\mathbb{P}(S \cap \overline{N})}{\mathbb{P}(S)} = \frac{(1-x) \times \frac{1}{4}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,172 \times \frac{1}{4}}{0,181} \approx \boxed{0,2376}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 38$ et $p = 0,8$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 38 \times 0,8 = 30,4}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{38 \times 0,8 \times (1-0,8)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,2^{38}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 38 \times 0,8 \times 0,2^{37}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,2^{38}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 28) \approx 0,2155}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 35) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 34) \approx 0,0387}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(29 \leq X \leq 34) = \mathbb{P}(X \leq 34) - \mathbb{P}(X \leq 28) \approx 0,7458}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 22

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{4}$.

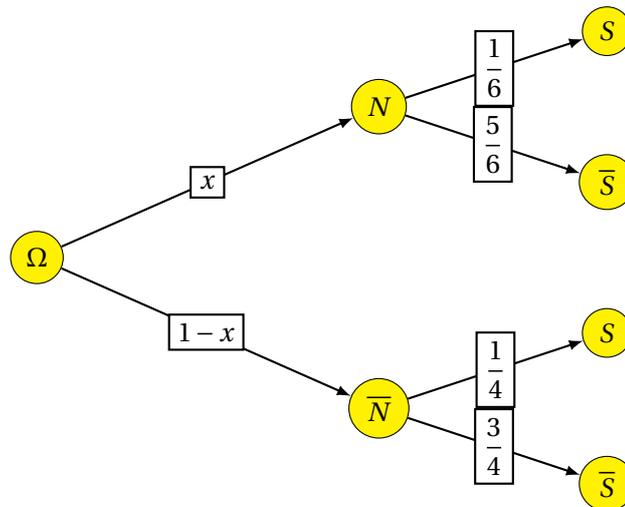
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,188$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{4} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,188 &\iff 0,188 = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,188 &\iff x = 3 - 12 \times 0,188 \\ \mathbb{P}(S) = 0,188 &\iff x = 3 - 12 \times 0,188 = 0,744 \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi ne soit pas un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(\overline{N}) = \frac{\mathbb{P}(S \cap \overline{N})}{\mathbb{P}(S)} = \frac{(1-x) \times \frac{1}{4}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,256 \times \frac{1}{4}}{0,188} \approx \boxed{0,3404}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = 0,8$.

1. L'espérance de X est $\mathbb{E}(X) = n \times p = 30 \times 0,8 = 24,0$ et son écart-type est $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{30 \times 0,8 \times (1-0,8)}$.

2. On a $\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,2^{30}$, $\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 30 \times 0,8 \times 0,2^{29}$ et $\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,2^{30}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\mathbb{P}(X \leq 22) \approx 0,2392$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(X > 29) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 28) \approx 0,0105$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(23 \leq X \leq 28) = \mathbb{P}(X \leq 28) - \mathbb{P}(X \leq 22) \approx 0,7503$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 23

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{3}$.

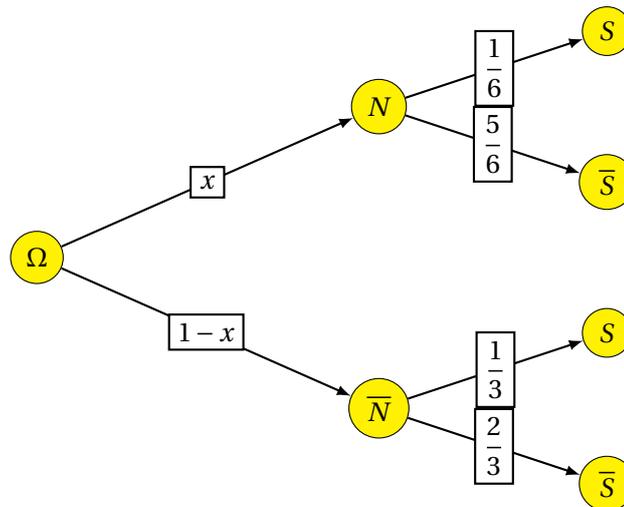
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,181$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{3} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{3} - \frac{1}{6}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,181 &\iff 0,181 = \frac{1}{3} - \frac{1}{6}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,181 &\iff x = 2 - 6 \times 0,181 \\ \mathbb{P}(S) = 0,181 &\iff \boxed{x = 2 - 6 \times 0,181 = 0,914} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi ne soit pas un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(\overline{N}) = \frac{\mathbb{P}(S \cap \overline{N})}{\mathbb{P}(S)} = \frac{(1-x) \times \frac{1}{3}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,086 \times \frac{1}{3}}{0,181} \approx 0,1584$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 52$ et $p = 0,2$.

1. L'espérance de X est $\mathbb{E}(X) = n \times p = 52 \times 0,2 = 10,4$ et son écart-type est $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{52 \times 0,2 \times (1-0,2)}$.

2. On a $\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,8^{52}$, $\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 52 \times 0,2 \times 0,8^{51}$ et $\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,8^{52}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\mathbb{P}(X \leq 8) \approx 0,2618$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(X > 15) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 14) \approx 0,0817$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(9 \leq X \leq 14) = \mathbb{P}(X \leq 14) - \mathbb{P}(X \leq 8) \approx 0,6565$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 24
Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{5}$.

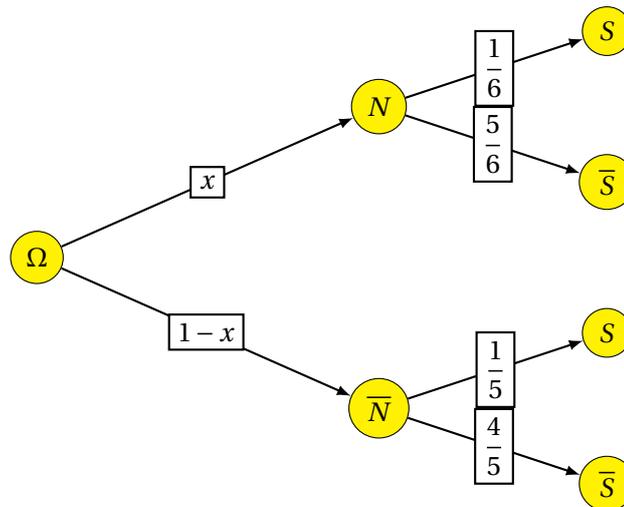
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,183$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{5} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,183 &\iff 0,183 = \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,183 &\iff x = 6 - 30 \times 0,183 \\ \mathbb{P}(S) = 0,183 &\iff \boxed{x = 6 - 30 \times 0,183 = 0,51} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi soit un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(N) = \frac{\mathbb{P}(S \cap N)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{x \times \frac{1}{6}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,51 \times \frac{1}{6}}{0,183} \approx 0,4645$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 48$ et $p = 0,5$.

1. L'espérance de X est $\mathbb{E}(X) = n \times p = 48 \times 0,5 = 24,0$ et son écart-type est $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{48 \times 0,5 \times (1-0,5)}$.

2. On a $\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,5^{48}$, $\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 48 \times 0,5 \times 0,5^{47}$ et $\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,5^{48}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\mathbb{P}(X \leq 22) \approx 0,3327$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(X > 29) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 28) \approx 0,0967$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(23 \leq X \leq 28) = \mathbb{P}(X \leq 28) - \mathbb{P}(X \leq 22) \approx 0,5706$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 25
Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{5}$.

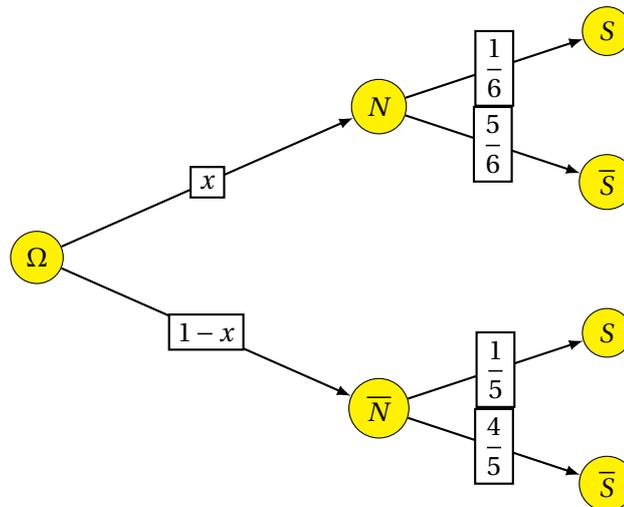
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,188$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{5} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,188 &\iff 0,188 = \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,188 &\iff x = 6 - 30 \times 0,188 \\ \mathbb{P}(S) = 0,188 &\iff \boxed{x = 6 - 30 \times 0,188 = 0,36} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi soit un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(N) = \frac{\mathbb{P}(S \cap N)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{x \times \frac{1}{6}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,36 \times \frac{1}{6}}{0,188} \approx \boxed{0,3191}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 57$ et $p = 0,3$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 57 \times 0,3 = 17,1}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{57 \times 0,3 \times (1-0,3)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,7^{57}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 57 \times 0,3 \times 0,7^{56}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,7^{57}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 15) \approx 0,3276}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 22) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 21) \approx 0,1034}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(16 \leq X \leq 21) = \mathbb{P}(X \leq 21) - \mathbb{P}(X \leq 15) \approx 0,5689}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 26
Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{3}$.

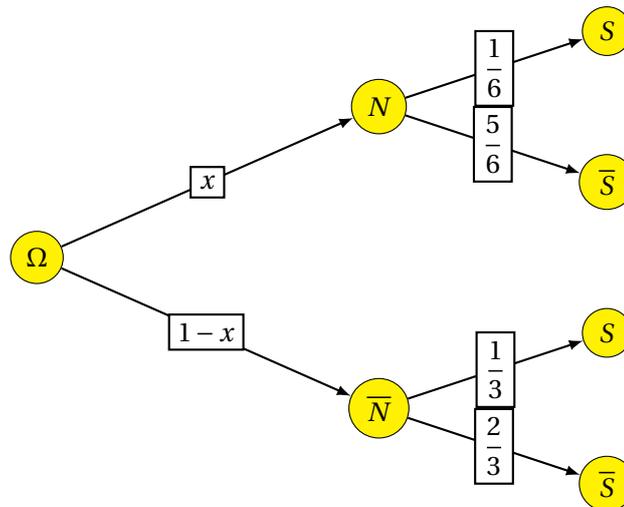
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,188$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{3} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{3} - \frac{1}{6}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,188 &\iff 0,188 = \frac{1}{3} - \frac{1}{6}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,188 &\iff x = 2 - 6 \times 0,188 \\ \mathbb{P}(S) = 0,188 &\iff \boxed{x = 2 - 6 \times 0,188 = 0,872} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi soit un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(N) = \frac{\mathbb{P}(S \cap N)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{x \times \frac{1}{6}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,872 \times \frac{1}{6}}{0,188} \approx \boxed{0,773}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 34$ et $p = 0,4$.

1. L'espérance de X est $\mathbb{E}(X) = n \times p = 34 \times 0,4 = 13,6$ et son écart-type est $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{34 \times 0,4 \times (1-0,4)}$.

2. On a $\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,6^{34}$, $\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 34 \times 0,4 \times 0,6^{33}$ et $\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,6^{34}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\mathbb{P}(X \leq 11) \approx 0,2331$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(X > 18) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 17) \approx 0,0872$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(12 \leq X \leq 17) = \mathbb{P}(X \leq 17) - \mathbb{P}(X \leq 11) \approx 0,6798$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 27
Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{4}$.

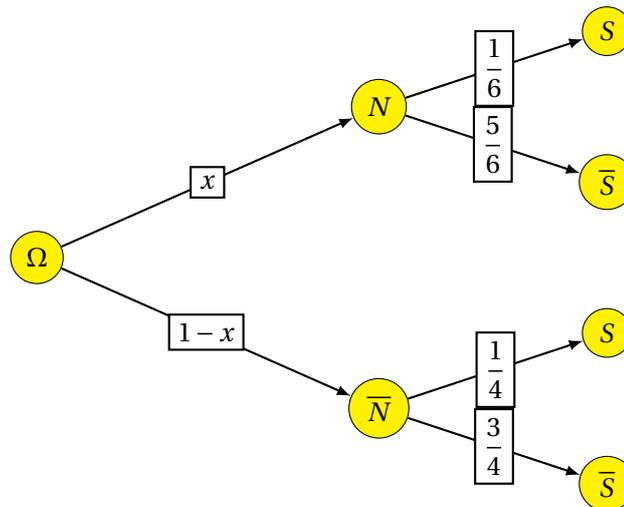
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,178$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{4} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,178 &\iff 0,178 = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,178 &\iff x = 3 - 12 \times 0,178 \\ \mathbb{P}(S) = 0,178 &\iff x = 3 - 12 \times 0,178 = 0,864 \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi soit un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(N) = \frac{\mathbb{P}(S \cap N)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{x \times \frac{1}{6}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,864 \times \frac{1}{6}}{0,178} \approx \boxed{0,809}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 41$ et $p = 0,4$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 41 \times 0,4 = 16,4}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{41 \times 0,4 \times (1-0,4)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,6^{41}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 41 \times 0,4 \times 0,6^{40}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,6^{41}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 14) \approx 0,2749}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 21) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 20) \approx 0,0965}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(15 \leq X \leq 20) = \mathbb{P}(X \leq 20) - \mathbb{P}(X \leq 14) \approx 0,6286}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 28
Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{4}$.

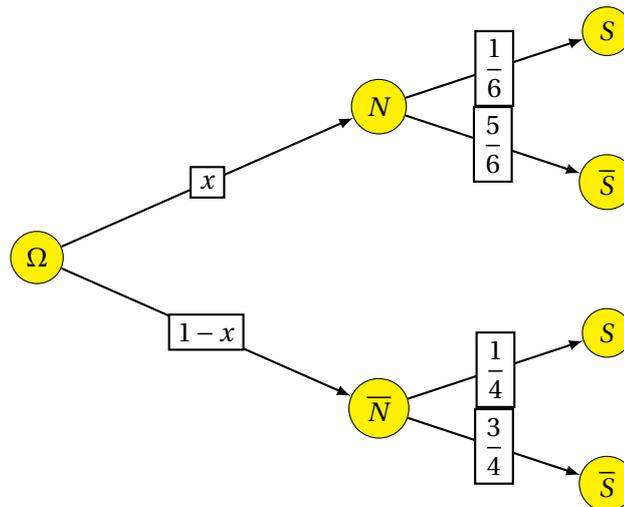
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,182$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{4} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,182 &\iff 0,182 = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,182 &\iff x = 3 - 12 \times 0,182 \\ \mathbb{P}(S) = 0,182 &\iff \boxed{x = 3 - 12 \times 0,182 = 0,816} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi ne soit pas un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(\overline{N}) = \frac{\mathbb{P}(S \cap \overline{N})}{\mathbb{P}(S)} = \frac{(1-x) \times \frac{1}{4}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,184 \times \frac{1}{4}}{0,182} \approx 0,2527$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 44$ et $p = 0,2$.

1. L'espérance de X est $\mathbb{E}(X) = n \times p = 44 \times 0,2 = 8,8$ et son écart-type est $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{44 \times 0,2 \times (1-0,2)}$.

2. On a $\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,8^{44}$, $\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 44 \times 0,2 \times 0,8^{43}$ et $\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,8^{44}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\mathbb{P}(X \leq 6) \approx 0,1956$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(X > 13) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 12) \approx 0,0858$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(7 \leq X \leq 12) = \mathbb{P}(X \leq 12) - \mathbb{P}(X \leq 6) \approx 0,7187$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 29
Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{5}$.

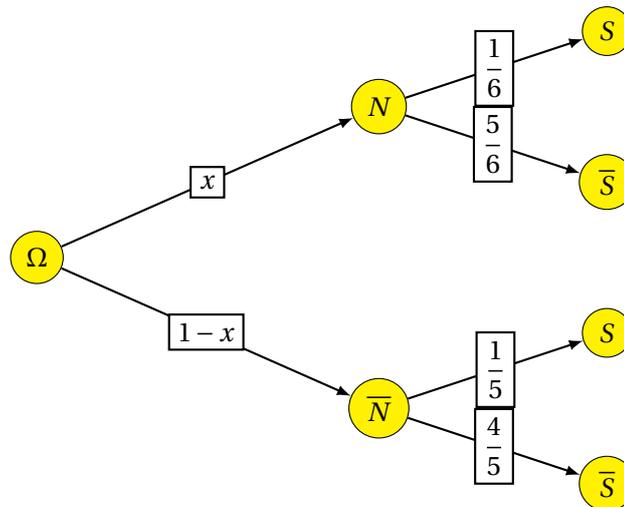
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,18$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{5} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,18 &\iff 0,18 = \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,18 &\iff x = 6 - 30 \times 0,18 \\ \mathbb{P}(S) = 0,18 &\iff \boxed{x = 6 - 30 \times 0,18 = 0,6} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi ne soit pas un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(\overline{N}) = \frac{\mathbb{P}(S \cap \overline{N})}{\mathbb{P}(S)} = \frac{(1-x) \times \frac{1}{5}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,4 \times \frac{1}{5}}{0,18} \approx \boxed{0,4444}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 58$ et $p = 0,2$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 58 \times 0,2 = 11,6}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{58 \times 0,2 \times (1-0,2)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,8^{58}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 58 \times 0,2 \times 0,8^{57}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,8^{58}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 9) \approx 0,251}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 16) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 15) \approx 0,1031}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(10 \leq X \leq 15) = \mathbb{P}(X \leq 15) - \mathbb{P}(X \leq 9) \approx 0,6459}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 2

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{3}$.

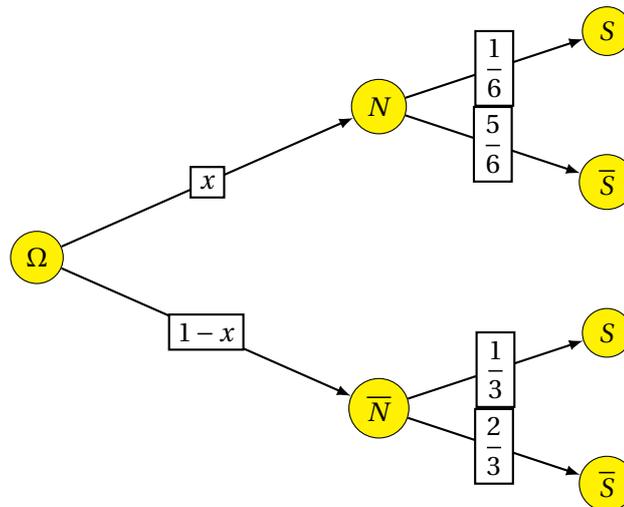
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,185$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{3} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{3} - \frac{1}{6}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,185 &\iff 0,185 = \frac{1}{3} - \frac{1}{6}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,185 &\iff x = 2 - 6 \times 0,185 \\ \mathbb{P}(S) = 0,185 &\iff \boxed{x = 2 - 6 \times 0,185 = 0,89} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi ne soit pas un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(\overline{N}) = \frac{\mathbb{P}(S \cap \overline{N})}{\mathbb{P}(S)} = \frac{(1-x) \times \frac{1}{3}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,11 \times \frac{1}{3}}{0,185} \approx \boxed{0,1982}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 41$ et $p = 0,4$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 41 \times 0,4 = 16,4}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{41 \times 0,4 \times (1-0,4)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,6^{41}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 41 \times 0,4 \times 0,6^{40}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,6^{41}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 14) \approx 0,2749}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 21) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 20) \approx 0,0965}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(15 \leq X \leq 20) = \mathbb{P}(X \leq 20) - \mathbb{P}(X \leq 14) \approx 0,6286}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 30

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{4}$.

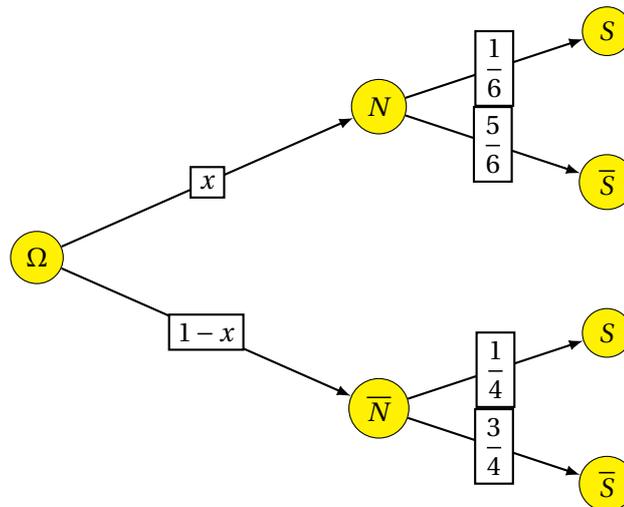
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,187$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{4} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,187 &\iff 0,187 = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,187 &\iff x = 3 - 12 \times 0,187 \\ \mathbb{P}(S) = 0,187 &\iff x = 3 - 12 \times 0,187 = 0,756 \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi soit un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(N) = \frac{\mathbb{P}(S \cap N)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{x \times \frac{1}{6}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,756 \times \frac{1}{6}}{0,187} \approx 0,6738$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 56$ et $p = 0,3$.

1. L'espérance de X est $\mathbb{E}(X) = n \times p = 56 \times 0,3 = 16,8$ et son écart-type est $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{56 \times 0,3 \times (1-0,3)}$.

2. On a $\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,7^{56}$, $\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 56 \times 0,3 \times 0,7^{55}$ et $\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,7^{56}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\mathbb{P}(X \leq 14) \approx 0,2549$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(X > 21) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 20) \approx 0,1408$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(15 \leq X \leq 20) = \mathbb{P}(X \leq 20) - \mathbb{P}(X \leq 14) \approx 0,6043$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 31

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{4}$.

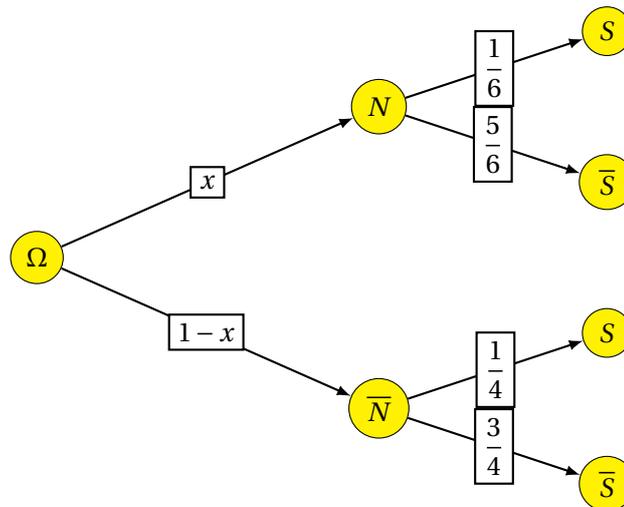
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,178$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{4} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,178 &\iff 0,178 = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,178 &\iff x = 3 - 12 \times 0,178 \\ \mathbb{P}(S) = 0,178 &\iff x = 3 - 12 \times 0,178 = 0,864 \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi soit un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(N) = \frac{\mathbb{P}(S \cap N)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{x \times \frac{1}{6}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,864 \times \frac{1}{6}}{0,178} \approx \boxed{0,809}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = 0,6$.

1. L'espérance de X est $\mathbb{E}(X) = n \times p = 30 \times 0,6 = 18,0$ et son écart-type est $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{30 \times 0,6 \times (1-0,6)}$.

2. On a $\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,4^{30}$, $\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 30 \times 0,6 \times 0,4^{29}$ et $\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,4^{30}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\mathbb{P}(X \leq 16) \approx 0,2855$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(X > 23) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 22) \approx 0,0435$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(17 \leq X \leq 22) = \mathbb{P}(X \leq 22) - \mathbb{P}(X \leq 16) \approx 0,671$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 32

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{4}$.

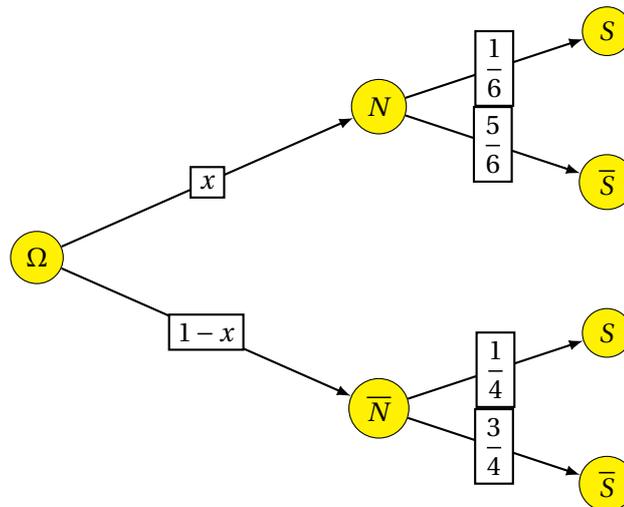
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,184$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{4} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,184 &\iff 0,184 = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,184 &\iff x = 3 - 12 \times 0,184 \\ \mathbb{P}(S) = 0,184 &\iff x = 3 - 12 \times 0,184 = 0,792 \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi ne soit pas un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(\overline{N}) = \frac{\mathbb{P}(S \cap \overline{N})}{\mathbb{P}(S)} = \frac{(1-x) \times \frac{1}{4}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,208 \times \frac{1}{4}}{0,184} \approx \boxed{0,2826}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 49$ et $p = 0,7$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 49 \times 0,7 = 34,3}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{49 \times 0,7 \times (1-0,7)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,3^{49}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 49 \times 0,7 \times 0,3^{48}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,3^{49}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 32) \approx 0,2827}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 39) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 38) \approx 0,0921}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(33 \leq X \leq 38) = \mathbb{P}(X \leq 38) - \mathbb{P}(X \leq 32) \approx 0,6252}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 33

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{5}$.

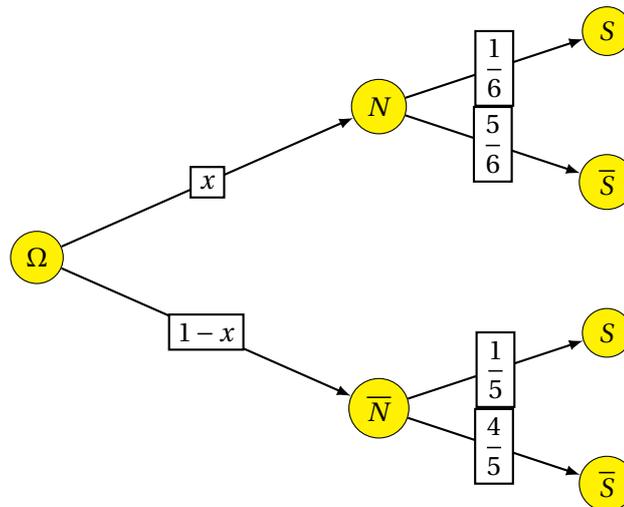
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,185$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{5} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,185 &\iff 0,185 = \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,185 &\iff x = 6 - 30 \times 0,185 \\ \mathbb{P}(S) = 0,185 &\iff \boxed{x = 6 - 30 \times 0,185 = 0,45} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi ne soit pas un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(\overline{N}) = \frac{\mathbb{P}(S \cap \overline{N})}{\mathbb{P}(S)} = \frac{(1-x) \times \frac{1}{5}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,55 \times \frac{1}{5}}{0,185} \approx \boxed{0,5946}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0,5$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 50 \times 0,5 = 25,0}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{50 \times 0,5 \times (1-0,5)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,5^{50}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 50 \times 0,5 \times 0,5^{49}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,5^{50}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 23) \approx 0,3359}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 30) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 29) \approx 0,1013}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(24 \leq X \leq 29) = \mathbb{P}(X \leq 29) - \mathbb{P}(X \leq 23) \approx 0,5628}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 34
Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{4}$.

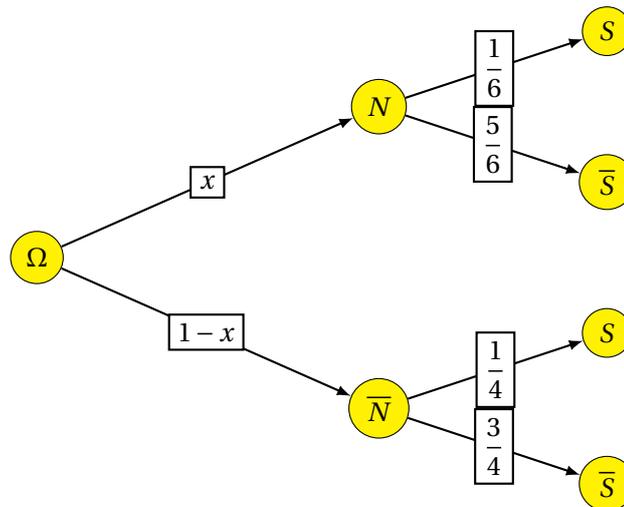
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,178$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{4} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,178 &\iff 0,178 = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,178 &\iff x = 3 - 12 \times 0,178 \\ \mathbb{P}(S) = 0,178 &\iff x = 3 - 12 \times 0,178 = 0,864 \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi soit un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(N) = \frac{\mathbb{P}(S \cap N)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{x \times \frac{1}{6}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,864 \times \frac{1}{6}}{0,178} \approx \boxed{0,809}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 32$ et $p = 0,2$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 32 \times 0,2 = 6,4}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{32 \times 0,2 \times (1-0,2)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,8^{32}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 32 \times 0,2 \times 0,8^{31}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,8^{32}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 4) \approx 0,2044}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 11) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 10) \approx 0,0411}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(5 \leq X \leq 10) = \mathbb{P}(X \leq 10) - \mathbb{P}(X \leq 4) \approx 0,7545}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 35
Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{4}$.

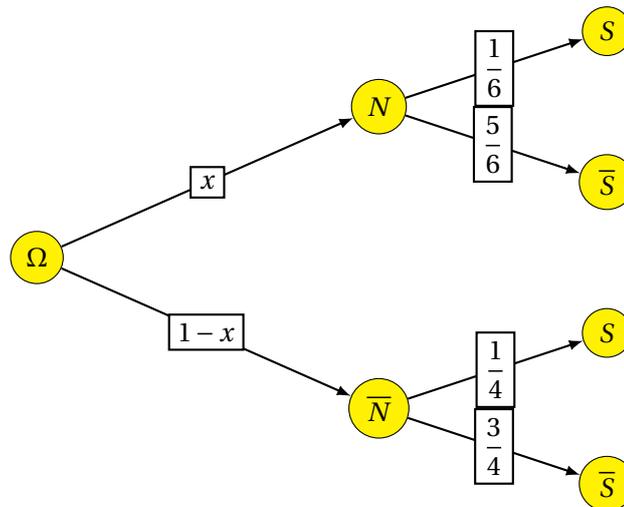
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,171$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{4} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,171 &\iff 0,171 = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,171 &\iff x = 3 - 12 \times 0,171 \\ \mathbb{P}(S) = 0,171 &\iff \boxed{x = 3 - 12 \times 0,171 = 0,948} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi ne soit pas un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(\overline{N}) = \frac{\mathbb{P}(S \cap \overline{N})}{\mathbb{P}(S)} = \frac{(1-x) \times \frac{1}{4}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,052 \times \frac{1}{4}}{0,171} \approx \boxed{0,076}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 58$ et $p = 0,6$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 58 \times 0,6 = 34,8}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{58 \times 0,6 \times (1-0,6)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,4^{58}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 58 \times 0,6 \times 0,4^{57}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,4^{58}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 32) \approx 0,2671}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 39) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 38) \approx 0,1607}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(33 \leq X \leq 38) = \mathbb{P}(X \leq 38) - \mathbb{P}(X \leq 32) \approx 0,5722}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 3

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{5}$.

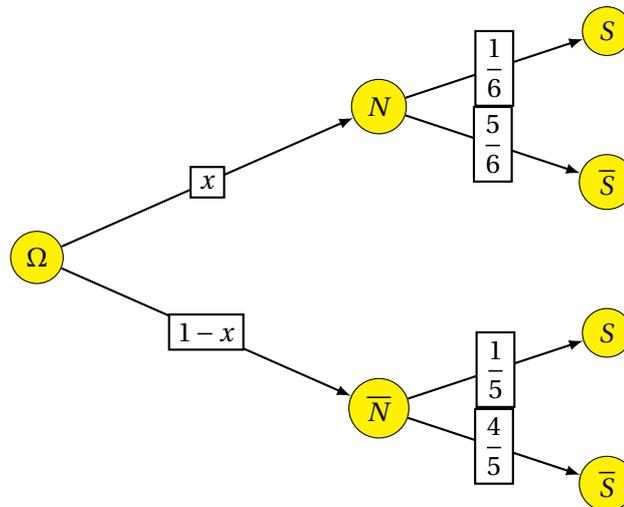
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,176$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{5} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,176 &\iff 0,176 = \frac{1}{5} - \frac{1}{30}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,176 &\iff x = 6 - 30 \times 0,176 \\ \mathbb{P}(S) = 0,176 &\iff \boxed{x = 6 - 30 \times 0,176 = 0,72} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi ne soit pas un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(\overline{N}) = \frac{\mathbb{P}(S \cap \overline{N})}{\mathbb{P}(S)} = \frac{(1-x) \times \frac{1}{5}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,28 \times \frac{1}{5}}{0,176} \approx \boxed{0,3182}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 47$ et $p = 0,6$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 47 \times 0,6 = 28,2}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{47 \times 0,6 \times (1-0,6)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,4^{47}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 47 \times 0,6 \times 0,4^{46}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,4^{47}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 26) \approx 0,304}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 33) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 32) \approx 0,0988}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(27 \leq X \leq 32) = \mathbb{P}(X \leq 32) - \mathbb{P}(X \leq 26) \approx 0,5972}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 4
Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{4}$.

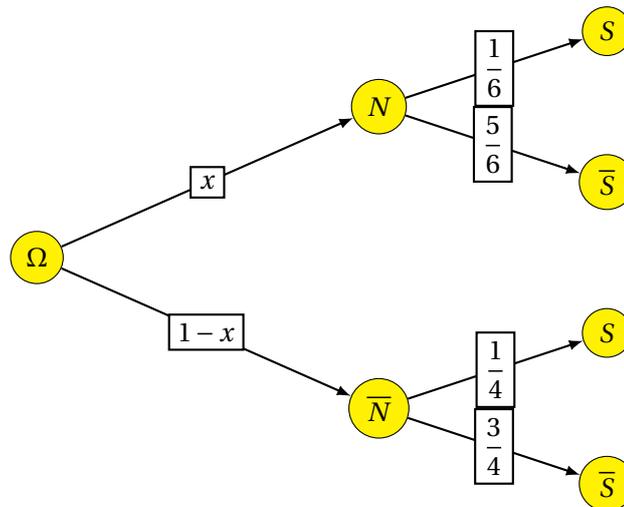
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,176$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{4} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,176 &\iff 0,176 = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,176 &\iff x = 3 - 12 \times 0,176 \\ \mathbb{P}(S) = 0,176 &\iff \boxed{x = 3 - 12 \times 0,176 = 0,888} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi ne soit pas un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(\overline{N}) = \frac{\mathbb{P}(S \cap \overline{N})}{\mathbb{P}(S)} = \frac{(1-x) \times \frac{1}{4}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,112 \times \frac{1}{4}}{0,176} \approx \boxed{0,1591}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 49$ et $p = 0,2$.

1. L'espérance de X est $\mathbb{E}(X) = n \times p = 49 \times 0,2 = 9,8$ et son écart-type est $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{49 \times 0,2 \times (1-0,2)}$.

2. On a $\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,8^{49}$, $\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 49 \times 0,2 \times 0,8^{48}$ et $\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,8^{49}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\mathbb{P}(X \leq 7) \approx 0,2091$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(X > 14) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 13) \approx 0,0966$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(8 \leq X \leq 13) = \mathbb{P}(X \leq 13) - \mathbb{P}(X \leq 7) \approx 0,6943$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 5

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{4}$.

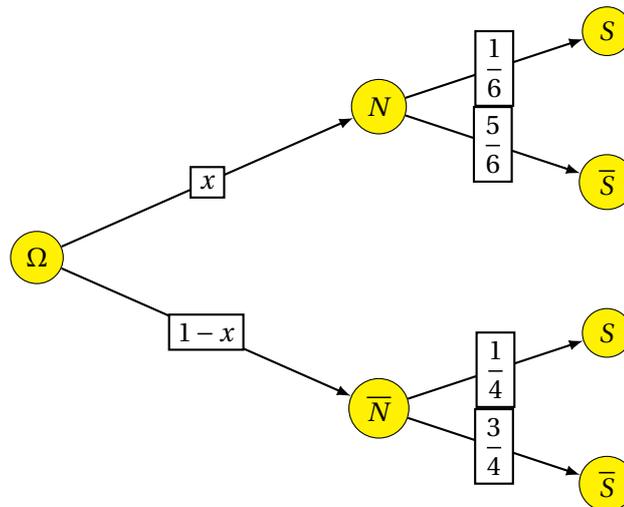
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,184$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{4} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,184 &\iff 0,184 = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,184 &\iff x = 3 - 12 \times 0,184 \\ \mathbb{P}(S) = 0,184 &\iff x = 3 - 12 \times 0,184 = 0,792 \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi ne soit pas un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(\overline{N}) = \frac{\mathbb{P}(S \cap \overline{N})}{\mathbb{P}(S)} = \frac{(1-x) \times \frac{1}{4}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,208 \times \frac{1}{4}}{0,184} \approx \boxed{0,2826}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 55$ et $p = 0,3$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 55 \times 0,3 = 16,5}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{55 \times 0,3 \times (1-0,3)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,7^{55}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 55 \times 0,3 \times 0,7^{54}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,7^{55}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 14) \approx 0,2827}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 21) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 20) \approx 0,1208}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(15 \leq X \leq 20) = \mathbb{P}(X \leq 20) - \mathbb{P}(X \leq 14) \approx 0,5965}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 6

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{4}$.

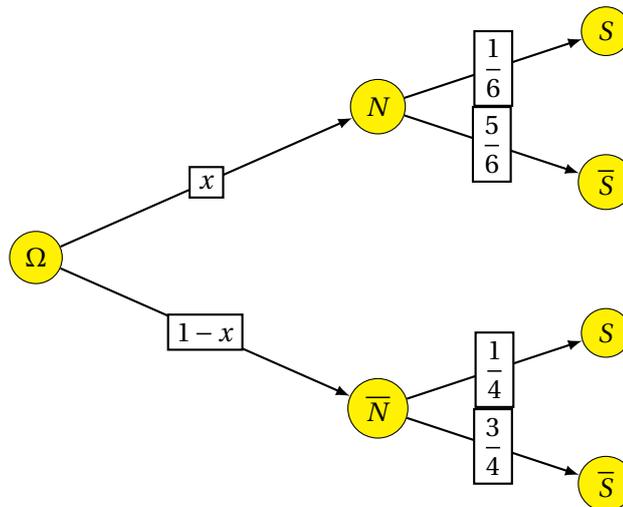
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,182$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{4} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,182 &\iff 0,182 = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,182 &\iff x = 3 - 12 \times 0,182 \\ \mathbb{P}(S) = 0,182 &\iff x = 3 - 12 \times 0,182 = 0,816 \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi soit un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(N) = \frac{\mathbb{P}(S \cap N)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{x \times \frac{1}{6}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,816 \times \frac{1}{6}}{0,182} \approx \boxed{0,7473}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 47$ et $p = 0,8$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 47 \times 0,8 = 37,6}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{47 \times 0,8 \times (1-0,8)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,2^{47}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 47 \times 0,8 \times 0,2^{46}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,2^{47}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 35) \approx 0,2174}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 42) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 41) \approx 0,0705}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(36 \leq X \leq 41) = \mathbb{P}(X \leq 41) - \mathbb{P}(X \leq 35) \approx 0,7122}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 7

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{3}$.

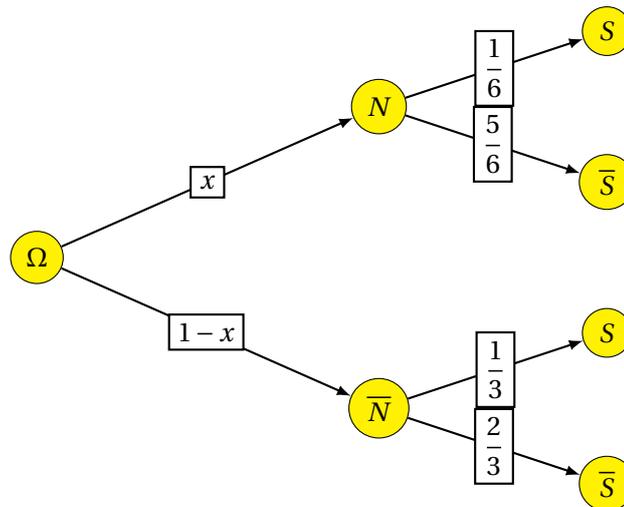
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,188$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{3} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{3} - \frac{1}{6}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,188 &\iff 0,188 = \frac{1}{3} - \frac{1}{6}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,188 &\iff x = 2 - 6 \times 0,188 \\ \mathbb{P}(S) = 0,188 &\iff \boxed{x = 2 - 6 \times 0,188 = 0,872} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi ne soit pas un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(\overline{N}) = \frac{\mathbb{P}(S \cap \overline{N})}{\mathbb{P}(S)} = \frac{(1-x) \times \frac{1}{3}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,128 \times \frac{1}{3}}{0,188} \approx \boxed{0,227}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 32$ et $p = 0,7$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 32 \times 0,7 = 22,4}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{32 \times 0,7 \times (1-0,7)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,3^{32}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 32 \times 0,7 \times 0,3^{31}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,3^{32}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 20) \approx 0,2283}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 27) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 26) \approx 0,051}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(21 \leq X \leq 26) = \mathbb{P}(X \leq 26) - \mathbb{P}(X \leq 20) \approx 0,7206}$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 8

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{4}$.

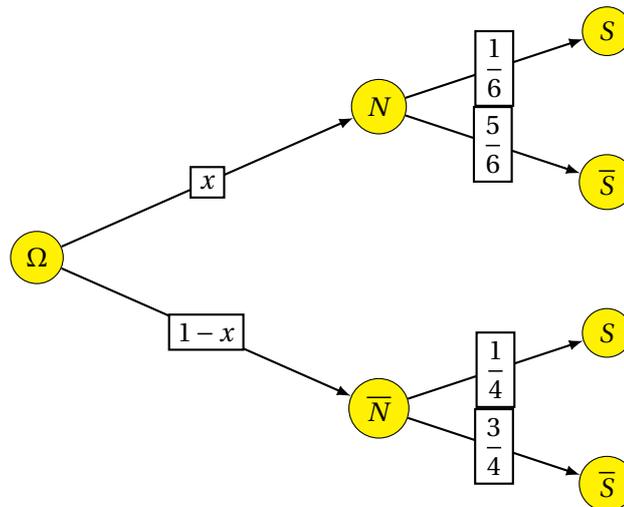
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,182$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{4} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,182 &\iff 0,182 = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,182 &\iff x = 3 - 12 \times 0,182 \\ \mathbb{P}(S) = 0,182 &\iff \boxed{x = 3 - 12 \times 0,182 = 0,816} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi soit un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(N) = \frac{\mathbb{P}(S \cap N)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{x \times \frac{1}{6}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,816 \times \frac{1}{6}}{0,182} \approx 0,7473$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 54$ et $p = 0,8$.

1. L'espérance de X est $\mathbb{E}(X) = n \times p = 54 \times 0,8 = 43,2$ et son écart-type est $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{54 \times 0,8 \times (1-0,8)}$.

2. On a $\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,2^{54}$, $\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 54 \times 0,8 \times 0,2^{53}$ et $\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,2^{54}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\mathbb{P}(X \leq 41) \approx 0,274$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(X > 48) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 47) \approx 0,065$ à 10^{-4} près ;
- $\mathbb{P}(42 \leq X \leq 47) = \mathbb{P}(X \leq 47) - \mathbb{P}(X \leq 41) \approx 0,661$ à 10^{-4} près.

Corrigé du Sujet n° 9

Exercice 1 sur points

Une urne contient une proportion x , avec $0 < x < 1$, de dés équilibrés à 6 faces et une proportion $1 - x$ de dés truqués à 6 faces.

Pour les dés équilibrés, la probabilité d'obtenir 6 comme face du dessus lors d'un lancer, est de $\frac{1}{6}$, alors que pour un dé truqué, elle est de $\frac{1}{4}$.

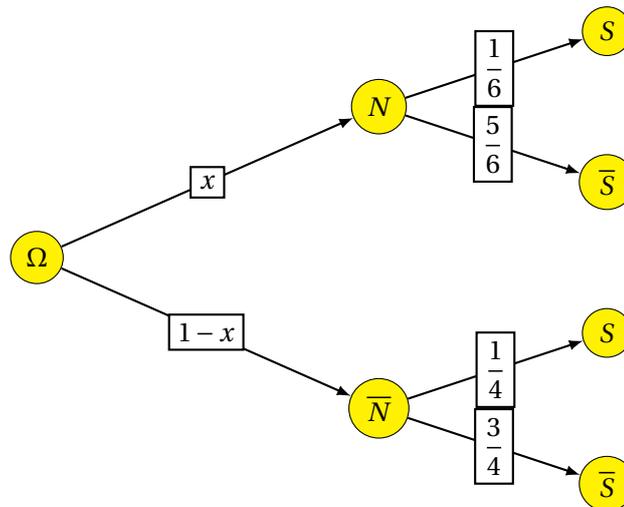
Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un dé dans l'urne puis à le lancer et on note :

- N l'événement « le dé choisi est équilibré » ;
- \bar{N} l'événement « le dé choisi n'est pas équilibré » ;
- S l'événement « on obtient un 6 lors du lancer du dé choisi » ;
- \bar{S} l'événement « on n'obtient pas un 6 lors du lancer du dé choisi ».

Une étude statistique sur un échantillon de lancers de grande taille, a permis d'établir que la probabilité de l'événement S est $\mathbb{P}(S) = 0,175$.

1. On a $\mathbb{P}_{\bar{N}}(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2. Arbre pondéré représentant la situation.



3. N et \bar{N} forment une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N \cap S) + \mathbb{P}(\bar{N} \cap S) \\ \mathbb{P}(S) &= \mathbb{P}(N) \times \mathbb{P}_N(S) + \mathbb{P}(\bar{N}) \times \mathbb{P}_{\bar{N}}(S) \\ \mathbb{P}(S) &= x \times \frac{1}{6} + (1-x) \times \frac{1}{4} \\ \mathbb{P}(S) &= \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \end{aligned}$$

4. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S) = 0,175 &\iff 0,175 = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}x \\ \mathbb{P}(S) = 0,175 &\iff x = 3 - 12 \times 0,175 \\ \mathbb{P}(S) = 0,175 &\iff \boxed{x = 3 - 12 \times 0,175 = 0,9} \end{aligned}$$

5. On a obtenu un 6 lors du lancer du dé choisi.

a. La probabilité que le dé choisi soit un dé équilibré est $\mathbb{P}_S(N) = \frac{\mathbb{P}(S \cap N)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{x \times \frac{1}{6}}{y}$.

b. On en déduit que $\mathbb{P}_S(N) = \frac{0,9 \times \frac{1}{6}}{0,175} \approx \boxed{0,8571}$ à 10^{-4} près.

Exercice 2 sur points

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 35$ et $p = 0,3$.

1. L'espérance de X est $\boxed{\mathbb{E}(X) = n \times p = 35 \times 0,3 = 10,5}$ et son écart-type est $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{35 \times 0,3 \times (1-0,3)}}$.

2. On a $\boxed{\mathbb{P}(X=0) = (1-p)^n = 0,7^{35}}$, $\boxed{\mathbb{P}(X=1) = np(1-p)^{n-1} = 35 \times 0,3 \times 0,7^{34}}$ et $\boxed{\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X=0) = 1 - 0,7^{35}}$.

3. On utilise la fonction de répartition de la loi binomiale préprogrammée de la calculatrice :

- $\boxed{\mathbb{P}(X \leq 8) \approx 0,2341}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(X > 15) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 14) \approx 0,0731}$ à 10^{-4} près ;
- $\boxed{\mathbb{P}(9 \leq X \leq 14) = \mathbb{P}(X \leq 14) - \mathbb{P}(X \leq 8) \approx 0,6928}$ à 10^{-4} près.